1. La función de producción de una empresa es $q = -L^3 + KL^2 + 10KL$. Sabiendo que a corto plazo el capital, K, es fijo e igual a 24 unidades, *calcular:*

1.1. El número de trabajadores para el que se alcanza el óptimo técnico:

a) $L = 20$
b) $L = 10$
c) $L = 12$
d) $L = 15$

Optimo de explotación (optimo técnico) : Es el máximo de la productividad media del trabajo . Podemos decir que es el número de trabajadores (**cantidad de factor trabajo**) en que éstos operan con máxima eficiencia, aquí los trabajadores se relacionan de manera que son más productivos .

derivada

$$Q = -L^3 + 24L^2 + 240L$$

$$PMeL = \frac{Q}{L} = \frac{-L^3 + 24L^2 + 240L}{L} = -L^2 + 24L + 240$$

$$PMeL = -L^2 + 24L + 240$$

$$PMeL' = \frac{dPMeL}{dL} = -2L + 24 = 0$$

$$-2L = -24$$

$$L = \frac{-24}{-2} = 12$$

1.2. El volumen de producción correspondiente al máximo técnico.

a) $q = 6.400$
b) $q = 3.800$
c) $q = 1.500$
d) $q = 7.200$

Máximo de producción (maximo tecnico) : Es la cantidad de trabajadores (**cantidad de factor trabajo)** para el que se obtiene la máxima cantidad de producción

máximo de la producción $\Rightarrow Q = -L^3 + 24L^2 + 240L$

$$Q' = \overset{a}{-3}L^2 + \overset{b}{48}L + \overset{c}{240} = 0 \qquad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$L = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 240}}{-6} =$$

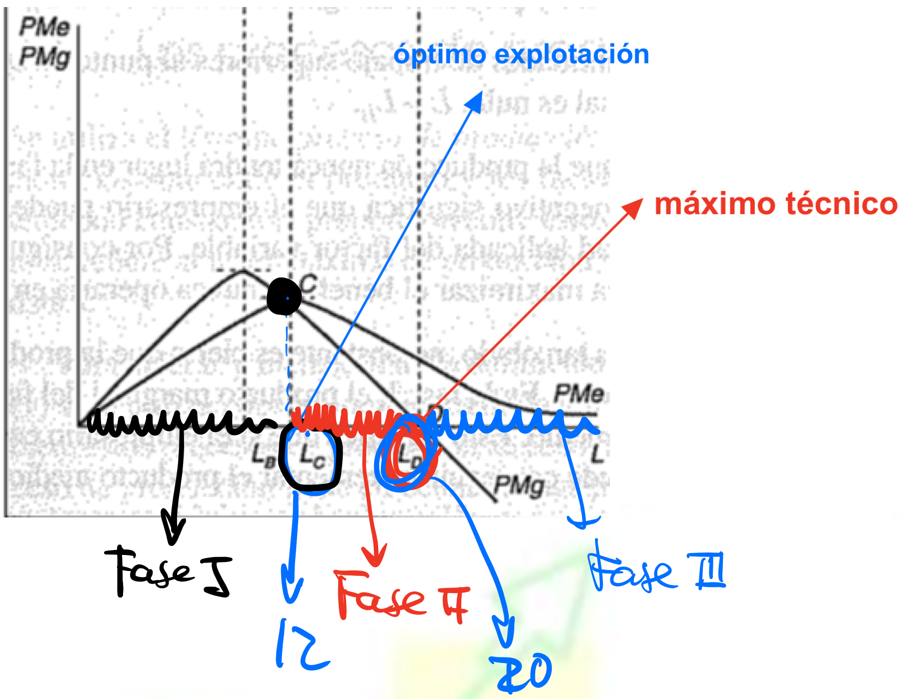
$$\frac{-48 \pm \sqrt{5184}}{-6} = \frac{-48 \pm 72}{-6} \begin{cases} \cancel{\dfrac{-48+72}{-6}} \\ \dfrac{-48-72}{-6} = 20 \end{cases}$$

$$Q = -L^3 + 24L^2 + 240L$$

$$Q = -20^3 + 24 \cdot 20^2 + 240 \cdot 20 = 6400$$

1.3. El rango de valores de L que delimitan la Fase II:

a) $0 < L < 12$
b) $12 \leq L \leq 20$
c) $10 \leq L \leq 20$
d) $15 \leq L \leq 20$



ópt. Técnico ≤ Fase II ≤ máx técn

12 ≤ Fase II ≤ 20

2. Sea la función de producción de una empresa $q = 2K + 3L$. Averiguar:

2.1. El tipo de rendimientos de escala:

a) Constantes.
b) Crecientes
c) Decrecientes
d) Depende del volumen de producción considerado.

$2(t \cdot K)$

$Q = 2K + 3L$

$Q(K, L) = 2K + 3L$

$Q(tK, tL) = 2(tK) + 3(tL) =$

$= 2t \cdot K + 3tL$

$= t(\overbrace{2K + 3L})$

$= t^1 Q$

exp $t = 1 \Rightarrow$ Rend. Const.

2.2. La elasticidad de sustitución entre factores:

a) $\sigma = 0$
b) $\sigma = 1$
c) $\sigma = \infty$
d) $\sigma = ½$

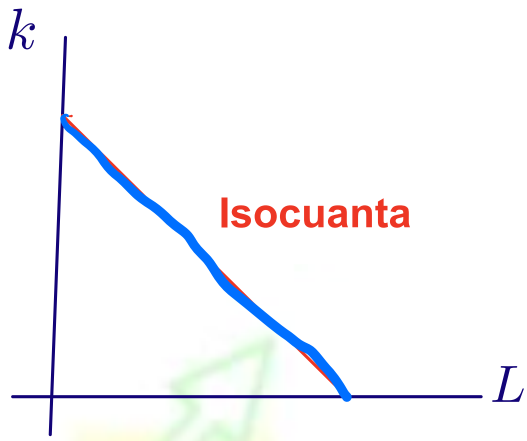
$$\sigma = \frac{\%\ variación\ (K/L)}{\%\ variación\ RMST} = \frac{}{0}$$

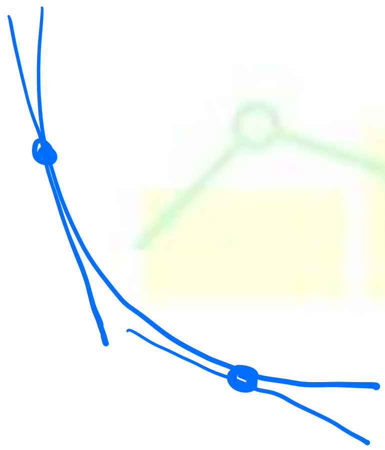
A modo de resumen **la elasticidad de sustitución valdrá :**

$\sigma = 0$ ⟶ **Función producción de proporciones fijas**

$\sigma = \infty$ ⟶ **Función producción sustitutos perfectos**

$\sigma = 1$ ⟶ **Función Producción Cobb-Douglas**





3. Sea la función de producción $q = 2\,K^{1/2}\,L^{1/2}$. Cobb-Douglas $\frac{1}{2}-1$
Determinar:

3.1. La *RMST* cuando se utilizan 4 unidades de capital y 1 de trabajo:

a) $RMST = 4$
b) $RMST = 2$
c) $RMST = 0$
d) *RMST* es constante a lo largo de la isocuanta.

$$PMgL = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}K^{1/2}\cdot L^{-1/2} = K^{1/2}L^{-\frac{1}{2}}$$

$$PMgk = \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}K^{-1/2}L^{1/2} = K^{-\frac{1}{2}}L^{1/2}$$

$$RMST = \frac{PMgL}{PMgk} = \frac{}{} = \frac{K^{1/2}\cdot L^{-1/2}}{K^{-1/2}\,L^{1/2}} = \frac{\overbrace{K^{1/2}\cdot K^{1/2}}}{\underbrace{L^{1/2}\cdot L^{1/2}}}$$

$$RMST = \frac{K}{L} \Rightarrow RMST = \frac{4}{1} = 4$$

$K = 4$
$L = 1$

1 unidad

3.2. La elasticidad de sustitución es:

a) $\sigma = 0$
b) $\sigma = 1$
c) $\sigma = \infty$
d) $\sigma = ½$

A modo de resumen **la elasticidad de sustitución valdrá :**

$\sigma = 0 \longrightarrow$ **Función producción de proporciones fijas**

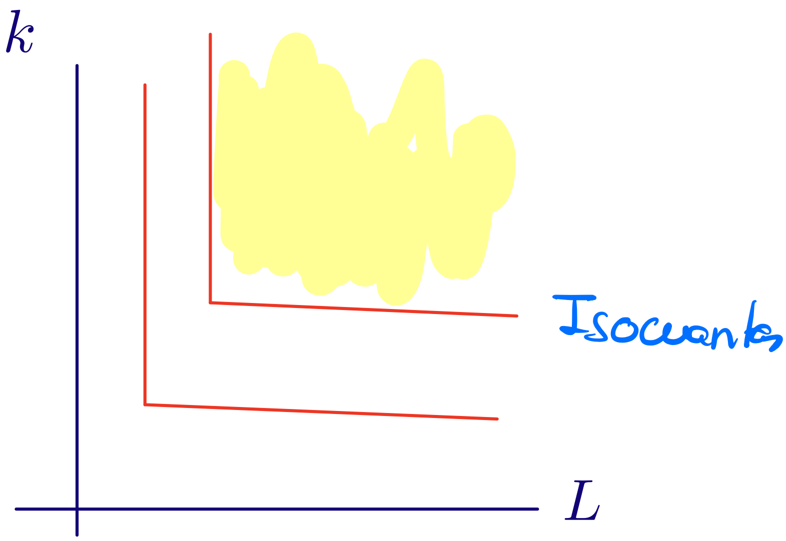
$\sigma = \infty \longrightarrow$ **Función producción sustitutos perfectos**

$\sigma = 1 \longrightarrow$ **Función Producción Cobb-Douglas** proporciones fijas

4. La tecnología de una empresa viene dada por la función de producción $q = \min\{2K, 3L\}$.

4.1. Dicha función de producción implica:

a) Las isocuantas son líneas rectas de pendiente –2/3.
b) Las isocuantas son convexas con respecto al origen.
c) Se trata de una tecnología de proporciones fijas.
d) Las isocuantas son líneas rectas de pendiente –3/2.



4.2. Indicar cuál de las siguientes combinaciones de factores es eficiente:

a) $K = 1$; $L = 1/3$ NO

b) $K = ½$; $L = 1$ NO

c) Todas las que se sitúan sobre la línea $K = 3L/2$

d) Todas las que se sitúan sobre la línea $K = 2L/3$

$$q = \min\{2K, 3L\}$$

a) $(1, \frac{1}{3})$ K, L

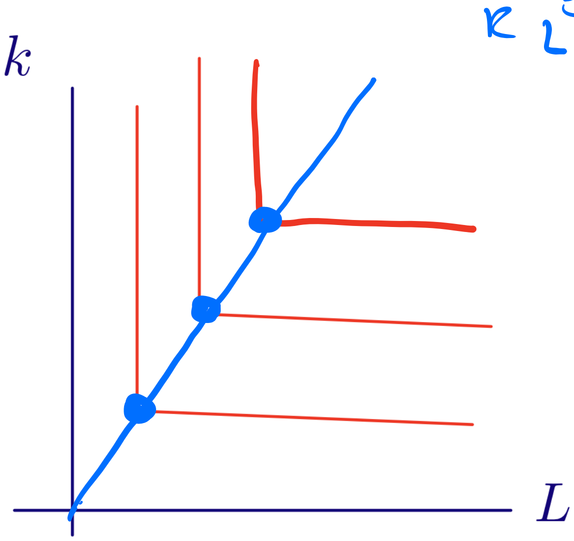
$Q = \min\{2 \cdot 1, 3 \cdot \frac{1}{3}\}$

$\min\{2, 1\}$

b) $(\frac{1}{2}, 1)$

$Q = \min\{2 \cdot \frac{1}{2}, 3 \cdot 1\}$

$\min\{1, 3\}$



$2K = 3L$

$K = \frac{3}{2}L = \frac{3L}{2}$

$L = \frac{2}{3}K$

5. Una empresa utiliza el trabajo (L) como único factor variable para la producción del bien X. Su función de producción a corto plazo es $X = -0{,}1\,L^3 + 6L^2 + 12L$, donde X es el output semanal expresado en toneladas y L el número de personas empleadas.

$$-0'1L^3 \to -0'1L^2$$
$$6L^2 \to 6L$$
$$12L \to 12$$

5.1. El número de personas empleadas cuando se maximiza el producto medio del trabajo es:

a) $L = 20$
b) $L = 30$
c) $L = 56{,}28$
d) $L = 25$

máximo PMeL ⇒ óptimo técnico

$$PMeL = \frac{Q}{L} = -0'1L^2 + 6L + 12$$

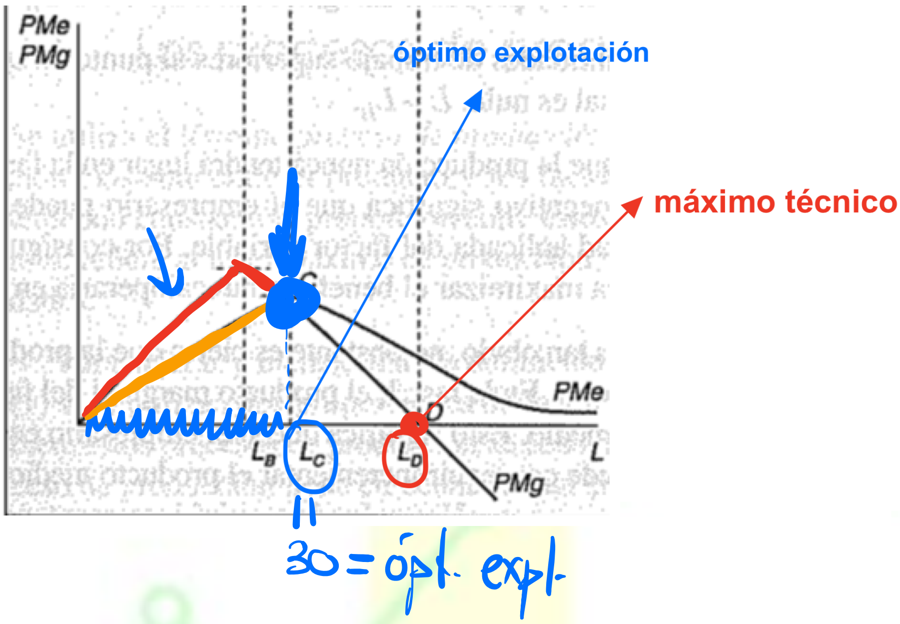
$$\text{máx } (PMeL)' = -0'2L + 6 = 0$$

$$-0'2L = -6$$

$$L = \frac{-6}{-0'2} = 30$$

5.2. Para cualquier valor de L inferior a 30 trabajadores, ocurre que:

a) El PMg_L es creciente. F
b) El PMg_L es mayor que el PMe_L. Sí
c) El PMg_L es decreciente.
d) El PMg_L coincide con el PMe_L.



INFO@ADEFACIL.COM

6. La función de producción a largo plazo de una empresa es $q = 600K^2L^2 - K^3L^3$, donde L representa el número de trabajadores empleados y K el volumen de capital.

6.1. En el corto plazo el capital es fijo e igual a la unidad ($K = 1$), entonces la máxima eficiencia en la producción se obtiene cuando se emplean:

a) 100 trabajadores.
b) 200 trabajadores.
c) 300 trabajadores.
d) 400 trabajadores.

$Q = 600L^2 - L^3$ //

máx eficiencia se alcanza en el óptimo técnico

$PMeL = \frac{Q}{L} = 600L - L^2$

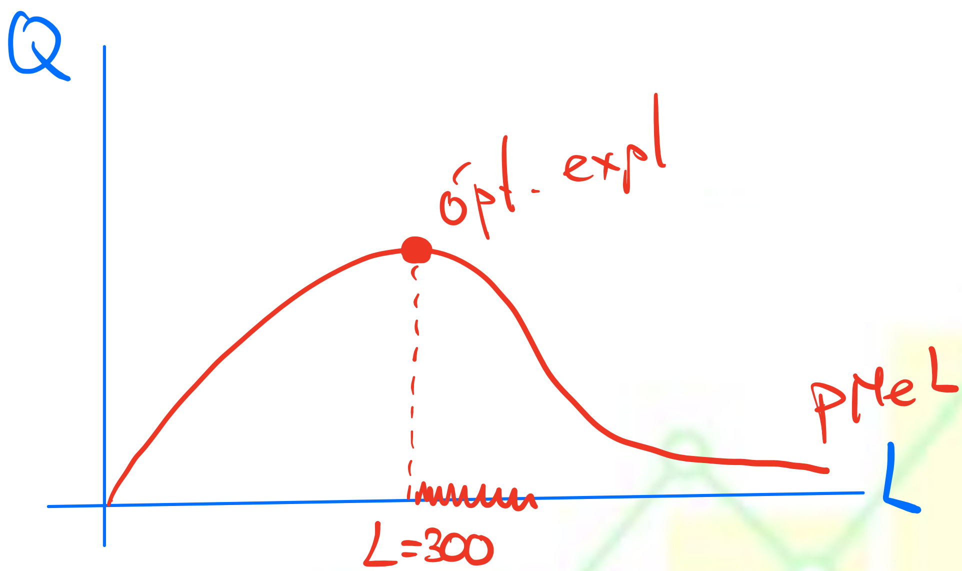
$(PMeL)' = 600 - 2L = 0$

$-2L = -600$

$L = \frac{-600}{-2} = 300$

6.2. Bajo el supuesto de que $K = 1$, la ley de rendimientos decrecientes comienza a operar a partir de:

a) 200 trabajadores.
b) 300 trabajadores.
c) 400 trabajadores.
d) 100 trabajadores.



6.3. El mayor volumen de producción (expresado en millones de unidades) que se puede obtener cuando $K = 1$ es:

a) $q = 32$
b) $q = 16$
c) $q = 24$
d) $q = 14$

Mayor volumen expd = Cantidad máxima Q máx téc.

$Q = 600L^2 - L^3$ máx (hacer derivada $= 0$)

$Q' = 1200L - 3L^2 = 0$ $\quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$L \cdot (1200 - 3L) = 0$

$L = 0$

$1200 - 3L = 0$

$-3L = -1200$

$L = \frac{-1200}{-3} = 400$

$Q(L=0) = 0$

$Q(L=400) = 600 \cdot 400^2 - 400^3 = 32.000.000$

32 millones