## ÍNDICE

#### 1.2.3.7 Ruido Blanco

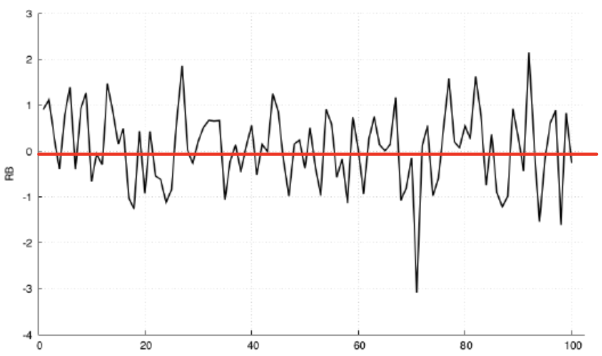
Las series temporales que no muestran autocorrelación se denominan «ruido blanco» o puramente aleatorias.

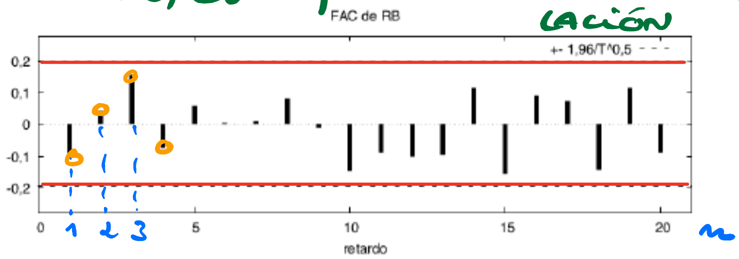
Un ejemplo de una serie ruido blanco con distribución N(0; 1) y la correspondiente Función de autocorrelación( FAC).

$Y_t = \varepsilon_t$

$E(\varepsilon_t) = 0$

$E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-m}) = 0 \to$ NO AUTOCORRELACIÓN




$\varepsilon_t \sim Normal$

$Var(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon \to$ HOMOCEDASTICIDAD

## 1.1 TRANSFORMACIONES USUALES UTILIZADAS

### 1.3.1. Transformaciones y ajustes

El ajuste de los datos a menudo puede conducir a un modelo de pronóstico más simple. Veremos cuatro tipos de ajustes: ajustes de calendario, ajustes de población, ajustes de inflación y transformaciones matemáticas (como las diferencias, tasas de variación o logaritmos). El objetivo de estos ajustes y transformaciones es simplificar los patrones en los datos históricos eliminando las fuentes de variación conocidas o haciendo que el patrón sea más uniforme en todo el conjunto de datos. Los patrones más simples generalmente conducen a pronósticos más precisos.

#### 1.3.1.1. Ajustes de calendario

Algunas de las variaciones observadas en los datos estacionales pueden deberse a simples efectos de calendario. En tales casos, generalmente es mucho más fácil eliminar la variación antes de ajustar un modelo de pronóstico.

#### 1.3.1.2. Ajustes de población

Cualquier dato que se vea afectado por los cambios en la población podemos ajustarlos para proporcionar datos per cápita en vez del total.

#### 1.3.1.3. Ajustes de inflación

Los datos que se ven afectados por el valor del dinero es mejor ajustarlo por la inflación antes de realizar el modelo de previsión.

### 1.3.2. Transformaciones matemáticas

#### 1.3.2.1. Diferencias y tasas de crecimiento

Desde la perspectiva de la previsión, hay dos razones más para considerar tales alternativas:

1. Debido a que estamos examinando los cambios, el pronóstico se relaciona directamente con el valor observado anteriormente; tales pronósticos son poco probable que estén fuera del objetivo.
2. Los niveles medios en términos de cambios absolutos o cambios porcentuales suelen ser más estables y más significativos que los promedios calculados a partir de la serie original o en niveles.

El cambio en el nivel absoluto de una serie de un período al siguiente se conoce como la (primera) diferencia de la serie y se escribe como:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}, \longrightarrow d\_Y_t$$

ds_Yt

El pronóstico para el período t + 1 de la serie original, convierte en:

$$\hat{Y}_{t+1} = Y_t + \widehat{\Delta Y_{t+1}}.$$

Es decir, el pronóstico final de la serie original es el nivel anterior más el pronóstico de cambio.

Del mismo modo, la tasa de crecimiento en el tiempo se escribe como:

$$GY_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot 100.$$

#### 1.3.2.2. La transformación logarítmica (log)

La transformación logarítmica, $\ln(Y_t)$, es muy usual y se realiza con el objetivo de convertir el crecimiento exponencial (o proporcional) en crecimiento lineal.

Para convertir de nuevo a las unidades originales, usamos su función inversa (o transformación inversa), denominada «exp» o función exponencial, por lo que tenemos que Yt = exp [$\ln(Y_t)$].

La (primera) diferencia de los logaritmos presenta la siguiente relación:

$$\Delta\left[\ln\left(Y_t\right)\right] = \ln(Y_t) - \ln(Y_{t-1}) = \frac{\ln(Y_t)}{\ln(Y_{t-1})}.$$

$$Y_t \longrightarrow \ln(Y_t)$$

$$Y_t = e^{\ln(Y_t)}$$

La transformación a menudo tiene el beneficio secundario de estabilizar la varianza, al igual que el uso de las tasas de crecimiento. De hecho, las diferencias del logaritmo y la tasa de crecimiento producen resultados similares, si las variaciones son pequeñas.

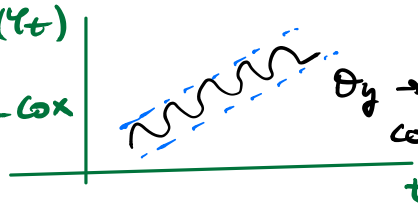
- Ejemplo: $Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot e^{\varepsilon_i} \rightarrow PROD_i = A \cdot CAP_i^{\alpha} \cdot TRAB_i^{\beta} \cdot e^{\varepsilon_i}$

$$\ln(Y) = \ln(A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot e^{\varepsilon_i}) = \ln A + \ln K^{\alpha} + \ln L^{\beta} + \ln e^{\varepsilon_i} =$$
$$= \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + \varepsilon_i \cdot \underbrace{\ln e}_{1} =$$
$$= \delta + \alpha \ln K + \beta \ln L + \varepsilon_i$$

- Ejemplo $Y_t$

aumento de la dispersión
$t$
$\sigma_y \rightarrow$ no es constante

$\ln(Y_t)$
$\downarrow$
Box-Cox



$\sigma_y \rightarrow$ es constante
$t$

## 1.3.3. Algunos métodos de pronósticos simples o ingenuos

Algunos métodos de pronóstico son muy simples pero sorprendentemente efectivos.

### 1.3.3.1. Método ingenuo

Los pronósticos ingenuos son aquellos que simplemente se configuran como el valor de la última observación conocida.

$$\hat{Y}_{T+h|T} = Y_T,$$

donde, $\hat{Y}_{T+h|T}$ , nos indica que la previsión de h periodos de tiempo hacia adelante, condicionado o conocidas las T observaciones de la muestra, t = 1,2,…,T, es $Y_T$ o, lo que es lo mismo, la última observación conocida.

| $t$ | $Y_T$ | $\hat{Y}_T$ |
|---|---|---|
| 2000 | 5 | |
| 2001 | 6 | 5 |
| 2002 | 4 | 6 |
| 2003 | 8 | 4 |

### 1.3.3.2. Método ingenuo con deriva

Cuando la serie presenta tendencia podemos utilizar el método ingenuo con deriva,

$$\hat{Y}_{T+h|T} = a_h + Y_T,$$

donde «a» es el crecimiento medio por unidad de tiempo o deriva, $a_h = h(Y_T - Y_1)=(T-1)$.

### 1.3.3.3. Método ingenuo estacional

Si los datos presentan estacionalidad, entonces podemos presentar el método ingenuo de forma similar, pero considerando el pronóstico como el último dato de la misma estación (trimestre, mes o semana).

$$\hat{Y}_{T+h|T} = Y_{T+h-sn},$$

donde s es el período estacional (s =12 para meses, s = 4 en trimestres), n el número años hacia adelante (n = 1.2, …) y h los pasos hacia adelante.

| $t$ | $Y_t$ | $\hat{Y}_t$ |
|---|---|---|
| I. 2000 | 3 | |
| II. 2000 | 4 | |
| III. 2000 | 2 | |
| IV. 2000 | 5 | |
| I. 2001 | 2 | 3 |
| II. 2001 | 4 | 4 |
| III. 2001 | 2 | 2 |
| IV. 2001 | 6 | 5 |
| | | 2 |
| | | 4 |
| | | 2 |
| | | 6 |

# 1.2 CÓMO EVALUAR LA PRECISIÓN DEL PRONÓSTICO

## 1.4.1. Residuos muestrales (o errores dentro de la muestra).

Los residuos en un modelo son los que quedan después de ajustar un modelo, de manera que no es una predicción propiamente dicha sino la diferencia entre la serie observada y la ajustada por el modelo. Los residuos son iguales a la diferencia entre las observaciones y los valores ajustados correspondientes.

$$\hat{\varepsilon}_t = Y_t - \hat{Y}_t.$$

Los residuos son útiles para verificar si un modelo ha capturado adecuadamente la información en los datos. Un buen método de pronóstico arrojará residuos con las siguientes propiedades:

1. Los residuos no están correlacionados. Si hay correlaciones entre residuos, entonces hay información restante en los residuos que se debe usar en los pronósticos.

NO- AUTOCORRELACIÓN

2. Los residuos tienen media cero. Si los residuos tienen una media distinta de cero, entonces las previsiones son parciales o sesgadas. $E(\varepsilon_t) = 0$

Además de estas propiedades esenciales, es útil (pero no necesario) que los residuos también tengan las dos propiedades siguientes:

- Los residuos tienen variación constante. $E(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon$
- Los residuos se distribuyen normalmente. $\varepsilon_t \sim$ Normal

Estas dos propiedades facilitan el cálculo de los intervalos de predicción. Sin embargo, un método de pronóstico que no satisfaga estas propiedades no necesariamente se puede mejorar.

$\hat{\varepsilon}_t \rightarrow$ Ruido Blanco

## 1.4.2. Errores de pronóstico (o errores fuera de la muestra)

Es importante evaluar la precisión del pronóstico con pronósticos genuinos. En consecuencia, el tamaño de los residuos no es una indicación confiable de cuán grandes pueden ser los verdaderos errores de pronóstico. La precisión de los pronósticos solo se puede determinar comparando el comportamiento del modelo con datos no usados en el ajuste del modelo (fuera de la muestra utilizada en la estimación).

## 1.4.3. Medidas de precisión de pronósticos

Necesitamos evaluar y medir el rendimiento de un pronóstico. Las medidas de rendimiento son de particular valor cuando seleccionamos un procedimiento de pronóstico, ya que podemos comparar alternativas y elegir el método con el mejor historial.

- ERROR ABSOLUTO (EA)

  La forma más simple de medir la variabilidad en el rendimiento del pronóstico es examinar el error absoluto (EA), definido como el valor del error independientemente de su signo y expresado como:

$$EA = |\hat{\varepsilon}_{T+h|T}| = |Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}|.$$

- ERROR MEDIO (EM)

$$EM = \frac{\sum_{h=1}^{n^0} \left( Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T} \right)}{n^0} = \frac{\sum_{h=1}^{n^0} \hat{\varepsilon}_{T+h|T}}{n^0}.$$

- PORCENTAJE DE ERROR  MEDIO (PEM)

$$PEM = \frac{100}{n^0} \sum_{h=1}^{n^0} \frac{\left( Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T} \right)}{\hat{Y}_{T+h|T}} = \frac{100}{n^0} \sum_{h=1}^{n^0} \frac{\hat{\varepsilon}_{T+h|T}}{\hat{Y}_{T+h|T}}.$$

- ERROR ABSOLUTO MEDIO (EMA)

$$EMA = \frac{\sum_{h=1}^{n^0} \left| Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T} \right|}{n^0} = \frac{\sum_{h=1}^{n^0} \left| \hat{\varepsilon}_{T+h|T} \right|}{n^0}.$$

- PORCENTAJE DE ERROR ABSOLUTO MEDIO (PEMA)

$$PEMA = \frac{100}{n^0} \sum_{h=1}^{n^0} \left| \frac{Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}}{\hat{Y}_{T+h|T}} \right| = \frac{100}{n^0} \sum_{h=1}^{n^0} \left| \frac{\hat{\varepsilon}_{T+h|T}}{\hat{Y}_{T+h|T}} \right|.$$

- ERROR CUADRÁTICO MEDIO (ECM)

$$ECM = \frac{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}\right)^2}{n^0} = \frac{\sum_{h=1}^{n^0}\hat{\varepsilon}_{T+h|T}^2}{n^0}.$$

- ERROR CUADRÁTICO MEDIO (ECM)

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}\right)^2}{n^0}} = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^{n^0}\hat{\varepsilon}_{T+h|T}^2}{n^0}}.$$

- U de Theil´s contra el método ingenuo: $\sqrt{\frac{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}\right)^2}{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - Y_T\right)^2}},$

y para series estacionales:

$$\sqrt{\frac{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - \hat{Y}_{T+h|T}\right)^2}{\sum_{h=1}^{n^0}\left(Y_{T+h} - Y_{T+h-sn}\right)^2}},\ n = \text{número de años hacia adelante.}$$

El Error Medio Absoluto (EMA) y el Error Cuadrático Medio (ECM) miden la variabilidad en términos absolutos, mientras que el Porcentaje del Error Absoluto Medio (PEMA) lo hace en términos relativos.

El coeficiente de desigualdad U de Theil es otra medida que permite analizar la efectividad del modelo seleccionado enla predicción. Las medidas de errores absolutos en lugar de los cuadráticos, suelen presentar sesgos y éstos últimos penalizan en mayor medida los errores grandes. La elección dependerá de la importancia que se les dé a los grandes errores. El coeficiente de desigualdad Ude Theil presenta una solución para estos escenarios. Si el valor de U es cercano a cero, supone una predicción perfecta. U de Theil o alguna de sus variantes es uno de los estadísticos más utilizados para evaluarla precisión de la predicción.

## 1.4.4 Predicciones de origen móvil

## 1.4.5 Intervalos de Predicción → $\hat{y}_t$

Hasta ahora hemos hecho análisis con pronósticos puntuales, pero en muchas ocasiones es necesario considerar intervalos de predicción.

Hay dos enfoques principales para este problema:

- Suponer que la distribución predictiva de la demanda sigue la distribución normal (aunque tal suposición es, en el mejor de los casos, una aproximación y debemos verificarla).
- Usar una distribución de error empírico basada en los errores observados.

### 1.4.5. Usando la distribución normal

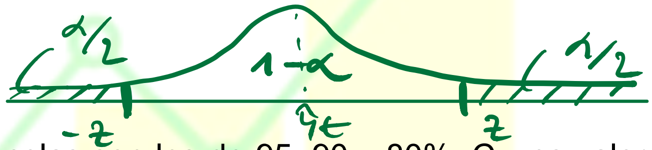
$\sigma_h$ e.e

Si asumimos que el error estándar de previsión ($\sigma_h$ o ee) tiene distribución normal y conocida, podemos usar el punto superior del 95 por ciento de la distribución normal estándar (cuyo valor es 1,645)

$$Media + 1{,}645 \cdot \sigma_h.$$

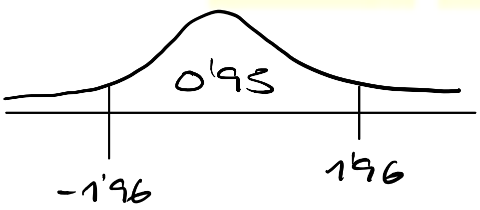

En muchas aplicaciones de pronóstico, el uso de intervalos de predicción a dos colas es el habitual. Definimos el intervalo de predicción de dos colas como:

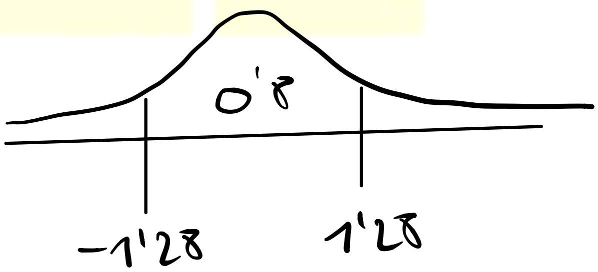
$$\boxed{\hat{Y}_{T+h|T} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \hat{\sigma}_h.}$$




(los valores de tablas más usuales a dos colas son los de 95; 90 y 80%. Cuyos valores de tablas son respectivamente 1,96; 1,65 y 1,28).

Normal





### 1.4.5.1. Intervalos de predicción empírica (bootstrapped)

Cuando una distribución normal para los errores de pronóstico es una suposición poco razonable, una alternativa es usar la distribución empírica de los residuos, asumiendo solo que los errores de pronóstico no están correlacionados.

En el bootstrapping las muestras sucesivas se extraen de nuestra muestra y no de la población de la que procede. El procedimiento sigue una serie de pasos repetitivos.

En primer lugar extraemos una muestra a partir de la muestra original. Esta muestra debe extraerse utilizando un muestreo con reposición, de tal forma que algunos elementos no serán seleccionados y otros lo podrán ser más de una vez en cada muestreo. De esta nueva muestra se obtiene el estadístico deseado y se utiliza como estimador de la población. Como este estimador sería poco preciso, repetimos los dos pasos anteriores un gran número de veces, obteniendo así un número alto de estimaciones. Con todos estos estimadores construimos su distribución, que llamamos distribución de bootstrap, y que representa una aproximación de la verdadera distribución del estadístico en la población. Lógicamente, para esto hace falta que la muestra original de la que partimos sea representativa de su población. Cuánto más se aleje, menos fiable será la aproximación de la distribución que hemos calculado.

Por último, con esta distribución de bootstrap podemos calcular el valor central (el estimador puntual) y sus intervalos de confianza de forma similar a como hacíamos para calcular el intervalo de confianza de una media a partir de la distribución de muestreo.