PROBLEMA 1. Una barra AB de sección circular variable y longitud L está fija en su extremo B y sometida a una carga P de tracción en su extremo libre A. Los diámetros de la barra en los extremos A y B son d_A y d_B respectivamente, siendo, además, $d_A = d_B/2$.

Determinar el alargamiento de la barra debido a la carga P.

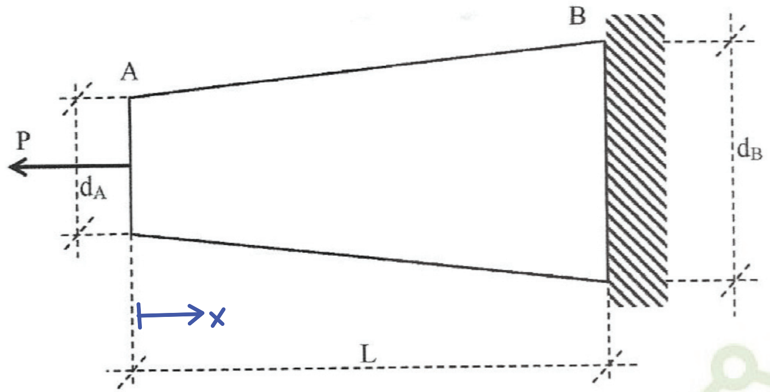
Nota: El módulo de elasticidad longitudinal, E, se considerará como dato.

ALARGAMIENTOS / ACORTAMIENTOS

$\Delta L = \int_0^L \quad = \int_0^L \frac{\quad}{\quad} \cdot dx = \int_0^L \frac{\quad}{\quad} \cdot dx$

UNIAXIAL

$\sigma_x = \frac{\quad}{\quad}$



. EL DIÁMETRO AUMENTA $\rightarrow$ $d(x) =$

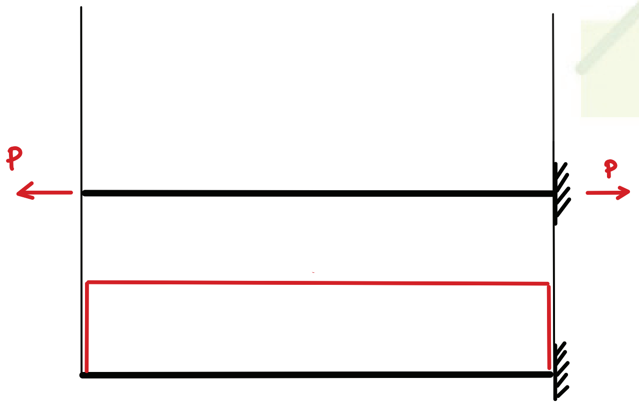
PARA $x =$ $\rightarrow$ $=$ $\rightarrow$ $n =$

PARA $x =$ $\rightarrow$ $=$ $\rightarrow$ $m =$

. ENTONCES $d(x) = \frac{\quad}{\quad} \cdot x + \quad = \frac{\quad}{\quad} \cdot x + \quad = \quad (\quad + 1) = \quad (\quad + L)$

$d_B =$

. POR LO TANTO PARA $\forall x$: $A(x) = \frac{\pi}{4} \cdot (\quad)^2 = \frac{\pi}{4} \quad (\quad)^2$



FINALMENTE : $\Delta L = \int_0^L \frac{\quad}{\quad} \cdot dx = \frac{\quad}{\quad} \cdot \int_0^L \frac{\quad}{\quad} \cdot dx =$

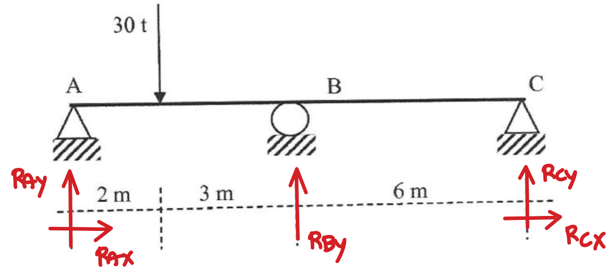
$= \frac{\quad}{\quad} \cdot \left[\quad \right]_0^L = \frac{\quad}{\quad} \cdot (\quad) = \boxed{\frac{2PL}{E \cdot \pi \cdot d_A^2}}$

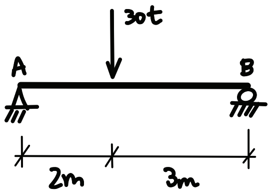
PROBLEMA 2. Dada la viga representada en la figura, se pide:

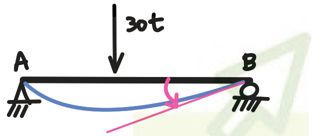
a) Calcular las reacciones y dibujar los diagramas de momentos flectores y esfuerzos cortantes.

b) Obtener la flecha bajo el punto de aplicación de la carga.

Nota: Tómese EI = cte.

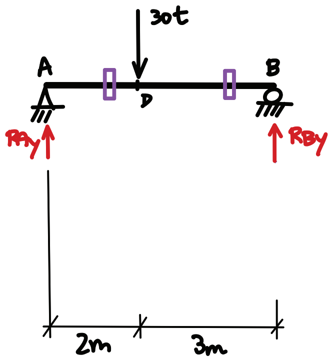






GIROS PROVOCADOS POR

ECUACIÓN DE PARA ABC $\rightarrow$ $\boxed{M_A \cdot L_{AB} + 2M_B(L_{AB} + L_{BC}) + M_C \cdot L_{BC} = -6EI_z \cdot [\theta_B^{BC} - \theta_B^{BA}]}$ $\rightarrow 2M_B(\quad) = -6EI_z(\quad) \rightarrow$ $\boxed{M_B = + \_\_\_\_.}$



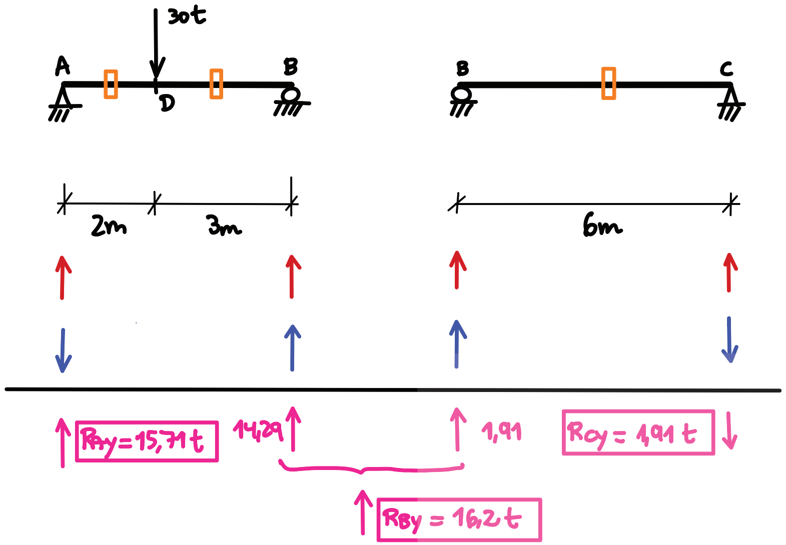
2° TEOREMA DE MOHR DE B→A: $\delta_A = \delta_B \pm \theta_B(x_A - x_B) + \int_B^A \frac{M_z(x)}{E \cdot I_z} \cdot (x_A - x)\,dx$

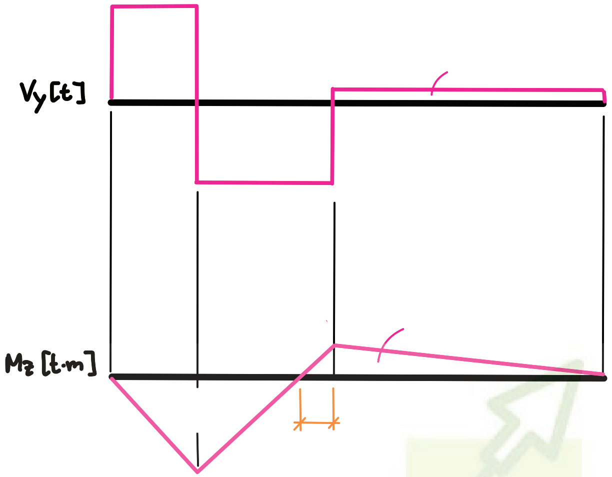
EQUILIBRIO: $\Sigma M_A = 0 \rightarrow \qquad \rightarrow \boxed{R_{By} =} \rightarrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow \boxed{R_{Ay} =}$

$$M_z(x) = \begin{cases} \le x \le \;: & = \\ < x \le \;: & = \qquad = \end{cases}$$

ENTONCES: $0 = -\theta_B(\quad) + \int \frac{\quad}{E \cdot I_z}(\quad)dx + \int \frac{\quad}{E \cdot I_z}(\quad)dx \rightarrow +5\theta_B = \frac{\quad}{E \cdot I_z} \rightarrow \boxed{\theta_B = +\frac{42}{EI_z}}$

POR LO TANTO $M_B = \_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ = \boxed{+11{,}45\ t \cdot m}$ → YA PODEMOS CALCULAR LAS REACCIONES → ¿CÓMO?



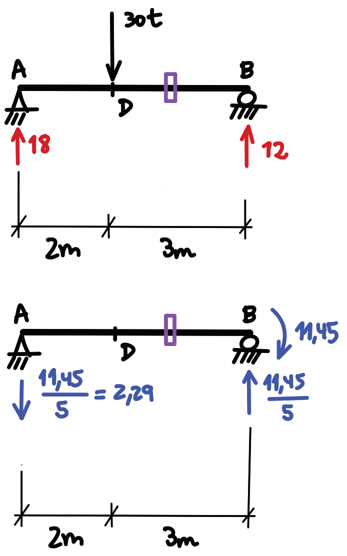


→ ÁREAS : $\begin{cases} A_1 = \quad = \\ A_2 = \quad = \\ A_3 = \quad = \end{cases}$

$V_y(x) = \begin{cases} AD \rightarrow \quad \leq x \leq \quad : \\ BD \rightarrow \quad \leq x < \quad : \\ CB \rightarrow \quad \leq x \leq \quad : \end{cases}$

$M_z(x) = \begin{cases} AD \rightarrow \quad \leq x \leq \quad : \\ BD \rightarrow \quad \leq x < \quad : \\ CB \rightarrow \quad \leq x \leq \quad : \end{cases}$

CÁLCULO DE DEFORMACIONES → $\delta_D = ?$ POR SUPERPOSICIÓN → $\delta_D = \frac{\quad}{EI_z} + \frac{\quad}{E\cdot I_z} = \boxed{\frac{-55,97}{E\cdot I_z}}$ (↓)



YA TENEMOS $\theta_B = \frac{\quad}{EI_z}$!

2º TEOREMA DE MOHR B → D :

$\delta_D = \delta_B \pm \theta_B (x_D - x_B) + \int_B^D \frac{M_z(x)}{E\cdot I_z}(x_D - x) = - \frac{\quad}{E\cdot I_z} \cdot + \int \frac{\quad}{E\cdot I_z}(\quad)\,dx = - \frac{\quad}{EI_z} + \frac{\quad}{E\cdot I_z} = \boxed{\frac{\quad}{E\cdot I_z}}$

$\frac{\quad}{E\cdot I_z}$

2º TEOREMA DE MOHR A → B :

$\delta_B = \delta_A \pm \theta_A (x_B - x_A) + \int_A^B \frac{M_z(x)}{E\cdot I_z}(x_B - x)\,dx = +\theta_A(\quad) + \int \frac{\quad}{E\cdot I_z}(\quad)\,dx = + \quad + \frac{\quad}{EI_z} = 0 \rightarrow$

$\rightarrow \theta_A = \frac{\quad}{E\cdot I_z}$

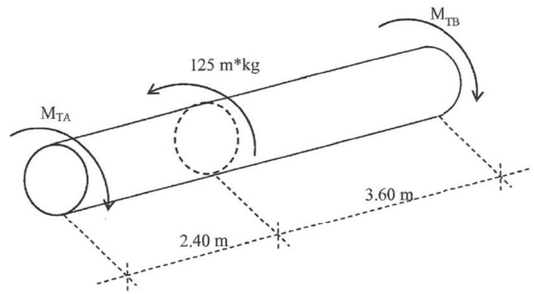
2º TEOREMA DE MOHR A → D :

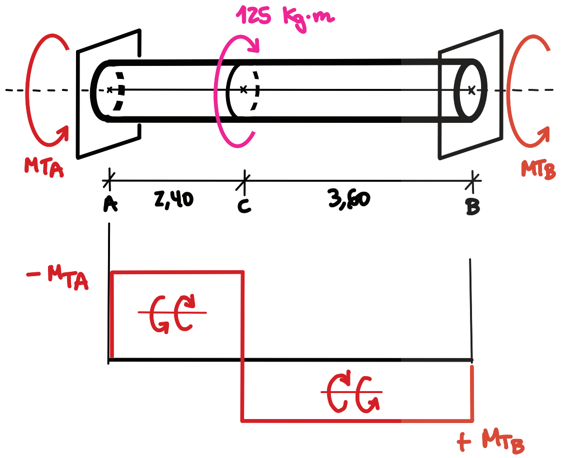
$\delta_D = \delta_A \pm \theta_A (x_D - x_A) + \int_A^D \frac{M_z(x)}{E\cdot I_z}\cdot(x_D - x) = + \frac{\quad}{EI_z}(\quad) + \int \frac{\quad}{EI_z}(\quad)\,dx = + \frac{\quad}{EI_z} + \frac{\quad}{EI_z} = \boxed{\frac{\quad}{EI_z}}$

$\frac{\quad}{E\cdot I_z}$

PROBLEMA 3. Un árbol macizo, de 6 m de longitud, está empotrado en sus extremos y está sometido a un par de torsión de 125 m*kg como se indica en la figura. Se pide:

a) Valores de los pares de empotramiento perfecto M_{TA} y M_{TB}.
b) Tensión tangencial máxima en el árbol, cuyo diámetro es de 38 mm
c) Ángulo de torsión máximo; $G = 8700$ kg/mm^2.





POR EQUILIBRIO

$\boxed{M_{TA} + M_{TB} \;=\;}$ → { ECUACIÓN / INCÓGNITAS } → HIPERESTÁTICO! → NECESITAMOS UNA ECUACIÓN MÁS!

CÁLCULO DE DEFORMACIONES

GIRO A TORSIÓN EN UN TRAMO: $\theta_{ij} = \int_0^L \_\_\_\_ \cdot dx \; = \; \_\_\_\_$ (si CONSTANTE)

GIRO EN UNA SECCIÓN: $\theta_j = \quad + $

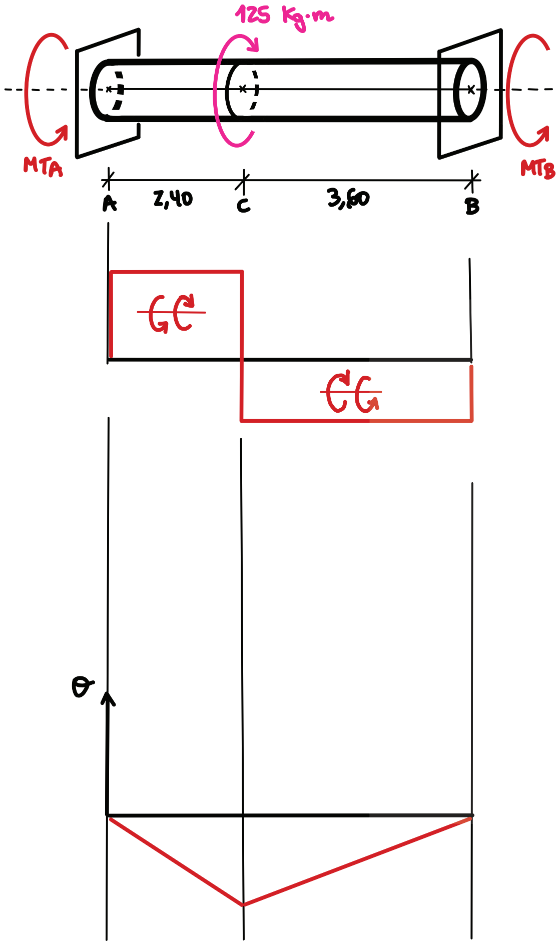
$\theta_A =$

$\theta_C = \theta_A + \theta_{AC} = \quad + \_\_\_\_$

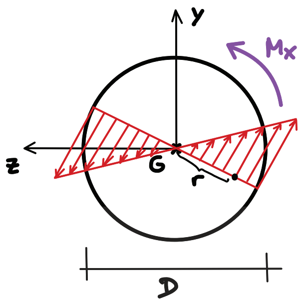
$\theta_B = \theta_C + \theta_{CB} = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = 0$ → $\boxed{M_{TA} + \quad M_{TB} = 0}$

IMPONEMOS

SISTEMA 2x2: { $M_{TA} + M_{TB} =$; $M_{TA} + \quad M_{TB} = 0$ } → $\boxed{M_{TA} = \quad \text{kg·m} \qquad M_{TB} = \quad \text{kg·m}}$



TENSIÓN TANGENCIAL



PARA SECCIÓN CIRCULAR

$\tau =$ ———— → $\tau_{máx} =$ ———— $=$ ———— $=$

↳ $I_t =$

↳ $W_t =$

ENTONCES PARA $M_{TA} = -75$ Kg·m → $\tau_{máx} =$ ———— $= \boxed{696,11 \ kg/cm^2}$

ÁNGULO A TORSIÓN MÁXIMO

$$\begin{cases} \theta_A = 0 \\ \theta_C = \theta_A + \theta_{AC} = 0 + \dfrac{-M_{TA} \cdot 2,40}{G \cdot I_t} = \text{————} = -0,101 \ RAD \\ \theta_B = \theta_C + \theta_{CB} = \dfrac{-M_{TA} \cdot 2,40}{G \cdot I_t} + \dfrac{+M_{TB} \cdot 3,60}{G \cdot I_t} = 0 \end{cases}$$