# SUBESPACIOS VECTORIALES

## 1. ESPACIO VECTORIAL

### a. Nomenclatura

### b. Definición

### c. Propiedades

*Ejemplo 2.1.* Comprobar que $(\mathbb{R}^2, +, \mathbb{R})$ es un espacio vectorial

*Ejemplo 2.2* Demostrar si el conjunto $\mathbb{R}^2$ es o no un espacio vectorial con las operaciones $(x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2)$ y $\lambda \cdot (x_1, x_2) = (\lambda^2 x_1, \lambda x_2)$

# 2. SUBESPACIOS VECTORIALES

## a. Nomenclatura

## b. Definición

## c. Condición para ser subespacio vectorial

*Ejemplo 2.3* Comprobar si $U = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 | x_1 + 2x_2 = 0\}$ es subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^2, +, \mathbb{R})$

*Ejemplo 2.4* Comprobar si $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$ es subespacio vectorial de $\mathbb{R}^2$

*Ejemplo 2.5* Comprobar si $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 + x_2 \leq 1\}$ es subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R})$

*Ejemplo 2.6* Comprobar si $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 \cdot x_2 = 1\}$ es subespacio vectorial de $(\mathbb{R}^3, +, \mathbb{R})$

## 3. SISTEMAS GENERADORES

### a. Combinación lineal

*Ejemplo.2.7* Indica los vectores $\bar{v}$ que pueden obtenerse como combinación lineal de $\overline{u_1} = (1,0,1)$ y $\overline{u_2} = (2,0,1)$

## b. Definición y nomenclatura

*Ejemplo 2.8* Demostrar que el sistema de vectores $S' = \{(1,0,1),(3,0,2)\}$ genera el mismo subespacio que el generado por $S = \{(1,0,1),(2,0,1)\}$

## c. Dependencia o independencia lineal

*Ejemplo 2.9* Demostrar si el conjunto $A = \{(1,2,0),(0,0,0),(4,5,6)$ es libre o ligado.

*Ejemplo 2.10* Demostrar si el conjunto $B = \{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)\}$ es libre o ligado.

*Ejemplo 2.11* Demostrar si el conjunto $C = \{(1,4,7),(5,-3,4)\}$ es libre o ligado.

*Ejemplo 2.12* Demostrar si el conjunto $W = \{e^{3x}, x^3, x\}$ es libre o ligado.

### d. Rango y supresión de vectores

## 4. BASES, DIMENSIÓN Y COORDENADAS

### a. Base: definición y nomenclatura

*Ejemplo 2.13* Demostrar si el conjunto $B = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\}$ es base de $\mathbb{R}^4$

*Ejemplo 2.14* Demostrar si el conjunto $B = \{(1,0,0), (1,2,0), (0,3,1), (0,0,1)\}$ es base de $\mathbb{R}^4$

*Ejemplo 2.15* Demostrar si el conjunto $B = \{(1,0,0), (1,2,0), (0,3,1), (0,0,1)\}$ es base de $\mathbb{R}^3$

*Ejemplo 2.16* Demostrar si el conjunto $B = \{(1,0,0), (1,2,0), (0,3,1)\}$ es base de $\mathbb{R}^3$

## b. Coordenadas

*Ejemplo 2.16* Cálculo de las coordenadas del vector (2,3) en base canónica.

*Ejemplo 2.17* Cálculo de las coordenadas del vector (2,3) en base $B = \{(1,2),(1,1)\}$.

*Ejemplo 2.18* Cálculo de las coordenadas del polinomio $5x^2 + 3x + 1$ en base canónica de $\mathcal{P}_2$.

*Ejemplo 2.19* Cálculo de las coordenadas del polinomio $5x^2 + 3x + 1$ en base $B = \{x^2, x^2 + x, x + 1\}$.

## c. Teoremas de la base

# 5. FORMAS DE REPRESENTAR UN SUBESPACIO VECTORIAL

*Ejemplo 2.20* Representa en todas sus formas el subespacio vectorial S generado por $< S > = \{(1,1,1), (2,2,0), (3,0,0), (4,5,6)\}$

*Ejemplo 2.21* Representa en todas sus formas el subespacio vectorial $U = \{(x_1, x_2, x_3) | x_1 + x_2 = 0\}$

# 6. OPERACIONES ENTRE SUBESPACIOS

## a. Intersección

*Ejemplo 2.22* Calcúlese la intersección de los subespacios $U_1 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_1 = 0\}$ y $U_2 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_2 = 0\}$

*Ejemplo 2.23* Calcúlese la intersección de los subespacios $< U_1 > = \{(2,0,0), (3,3,0), (2,4,0)\}$ y $U_2 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_2 = 0\}$

## b. Unión

*Ejemplo 2.24* Calcúlese la unión de los subespacios $U_1 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_1 = 0\}$ y $U_2 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_2 = 0\}$

## c. Suma

*Ejemplo 2.25* Calcúlese la suma de los subespacios $U_1 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_1 = 0\}$ y $U_2 = \{(x_1, x_2, x_3)|x_2 = 0\}$

## d. Fórmula de Grassmann

## e. Suma directa y suplementario

*Ejemplo 2.26* Demuestre si la suma de los subespacios $U_1 = \{(x_1, x_2, 0) | x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$ y $U_2 = \{(0,0, x_3) | x_3 \in \mathbb{R}\}$ es suma directa.

*Ejemplo 2.27* Calcúlese el suplementario del subespacio $< U_1 > = \{(1,1,0), (2,2,2)\}$