La estimación de los parámetros se realizará mediante dos procedimientos: la estimación puntual y la estimación por intervalos.

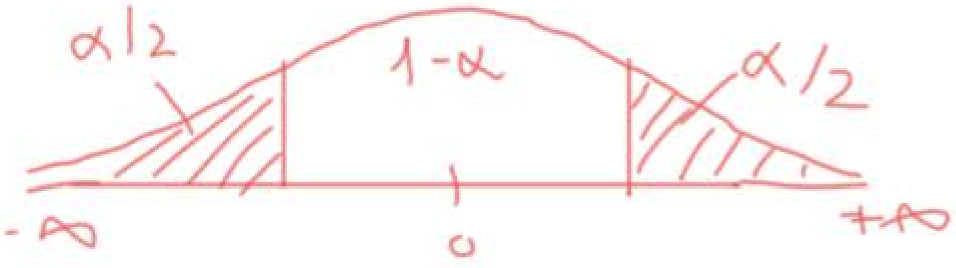
Estimación puntual: Consiste en utilizar el valor del estadístico calculado como el valor del parámetro a estimar. Es difícil que justo el valor del parámetro coincida con el estadístico obtenido de una muestra concreta. Por ello es más interesante el siguiente método.

Estimación por intervalos: Se construye alrededor del estadístico de la muestra un intervalo, definido por su límite inferior y superior.

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Se trata de determinar dos valores que definen un intervalo dentro del cual estimamos que se encontrará la media poblacional con una determinada probabilidad, que representamos por 1-α, que es el **nivel de confianza.** También conoceremos $\boldsymbol{\alpha}$ como el **nivel de significación.**

Debemos considerar dos situaciones distintas:



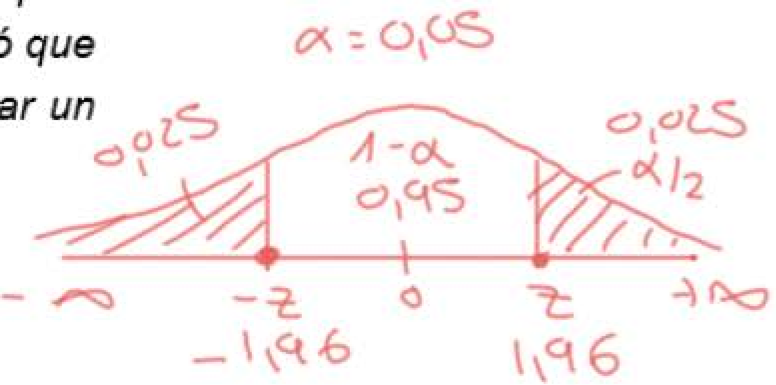
- Varianza poblacional conocida, σ^2

$$\bar{X} \pm Z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Varianza poblacional desconocida, σ^2

$$\bar{X} \pm t_{n-1} \cdot \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}} = \bar{X} \pm t_{n-1} \cdot \frac{S_n}{\sqrt{n-1}}$$

EJEMPLO 1. *Se quiere estimar la velocidad media en una calle con un límite teórico de 50 km/h. Por estudios anteriores, se conoce que la desviación típica de la velocidad en esta calle es de 6 km/h. Con un radar oculto, se observó que la velocidad media de una muestra de 25 coches fue de 58 km/h. Calcular un intervalo de 95% de confianza para la verdadera velocidad media.*



$\sigma = 6$

$n = 25$

$\bar{X} = 58$

$1-\alpha = 0,95$

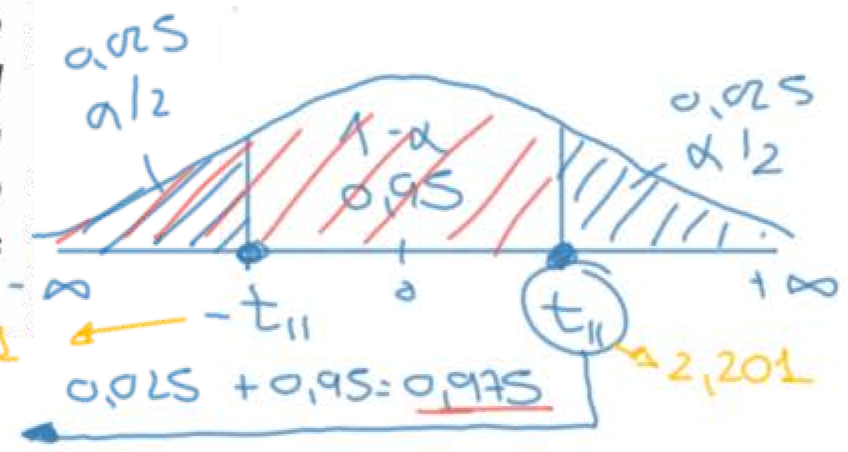
$$\bar{Y} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$$

$$= 58 \pm 1,96 \cdot \frac{6}{\sqrt{25}} = (55,5 \; ; \; 60,35)$$

	Estadístico de contraste	Intervalo de confianza
Media varianza conocida	$Z=\frac{\bar{Y}-\mu_0}{\sigma_{\bar{Y}}}=\frac{\bar{Y}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$	$E_{max}=z_{1-\alpha/2}\sigma_{\bar{Y}}$ $\bar{Y} \pm E_{max}$

INFO@ADEFACIL.COM

EJEMPLO 2. *En un experimento sobre atención, un psicólogo presenta durante 300 mseg un grupo de 16 letras del alfabeto (con una disposición de 4 filas y 4 columnas). Cada uno de los 12 sujetos que participan en el experimento debe verbalizar tantas letras como recuerde de cada presentación estimular. El promedio de letras bien recordadas es de 7 y la desviación típica insesgada (cuasidesviación típica) es de 1,3. Asumiendo que la distribución en la población es normal. ¿Entre qué límites se encontrará el verdadero promedio de palabras bien recordadas, con una probabilidad de 0,95?*



$n = 12$

$\bar{x} = 7$

$S_{n-1} = 1,3$

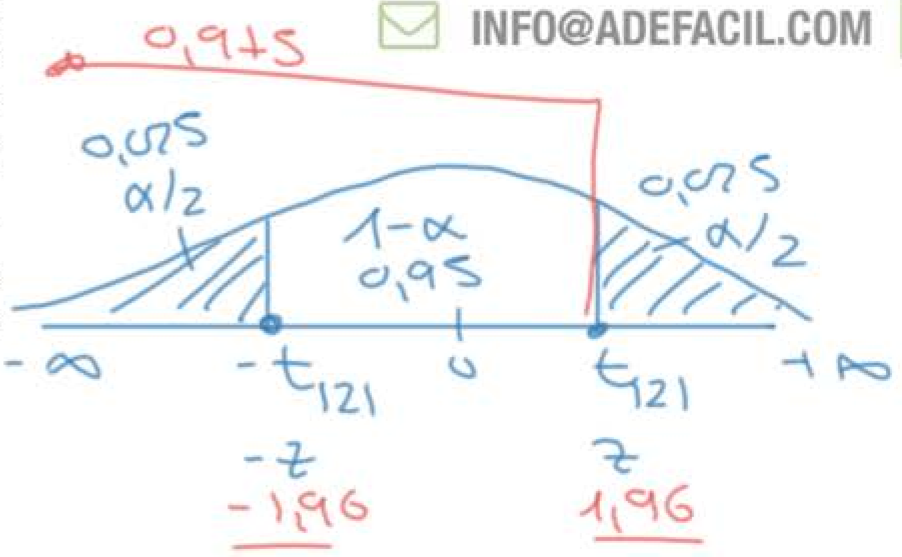
$1-\alpha = 0,95$

$$\bar{Y} \pm t_{n-1} \cdot \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}} =$$

$$= 7 \pm 2,201 \cdot \frac{1,3}{\sqrt{12}} = (6,14\,;\,7,83)$$

Media varianza desconocida	$T = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\sigma_{\bar{Y}}} = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}}$ $(g.l. = n-1)$	$E_{max} = t_{n-1;1-\alpha/2}\,\sigma_{\bar{Y}}$ $\bar{Y} \pm E_{max}$

EJEMPLO 3. *En un experimento sobre atención, un psicólogo presenta durante 300 mseg un grupo de 16 letras del alfabeto (con una disposición de 4 filas y 4 columnas). Cada uno de los 122 sujetos que participan en el experimento debe verbalizar tantas letras como recuerde de cada presentación estimular. El promedio de letras bien recordadas es de 7 y la desviación típica es de 1,3. Asumiendo que la distribución en la población es normal. ¿Entre qué límites se encontrará el verdadero promedio de palabras bien recordadas, con una probabilidad de 0,95?*



$n = 122$

$\bar{x} = 7$

$S_n = 1,3$

$1-\alpha = 0,95$

$$\bar{Y} \pm t_{n-1} \cdot \frac{S_n}{\sqrt{n-1}} =$$

$$= 7 \pm 1,96 \cdot \frac{1,3}{\sqrt{122-1}} = (6,77 \, ; 7,23)$$

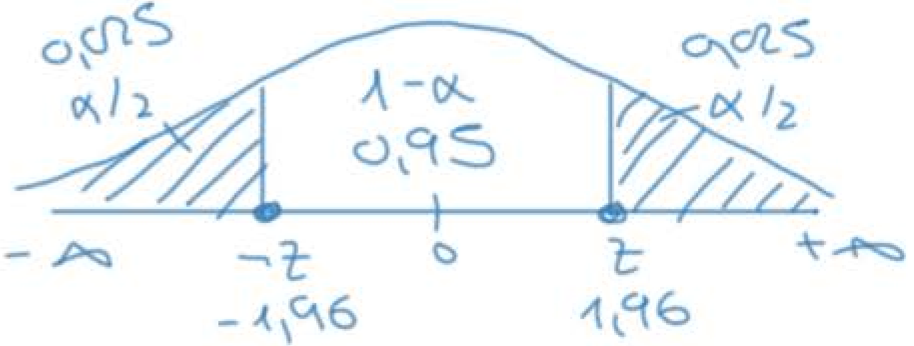
Media varianza desconocida	$T = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\sigma_{\bar{Y}}} = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{Y}-\mu_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}}$ $(g.l. = n-1)$	$E_{max} = t_{n-1;1-\alpha/2}\sigma_{\bar{Y}}$ $\bar{Y} \pm E_{max}$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN

Sabemos que la distribución muestral de la proporción es una distribución binomial que se aproxima a la normal cuando se utilizan muestras grandes.

$$p \pm Z \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

EJEMPLO 4. *Para dejar constancia real de las preferencias de los padres sobre la lengua vehicular en la que prefieren que se eduque a sus hijos, una determinada asociación de padres realiza una encuesta sobre una muestra de 800 familias residentes en una determinada autonomía bilingüe, encontrando que 280 familias son partidarios de que todas de las asignaturas se enseñen en Castellano. Con un nivel de confianza del 95% ¿entre que valores se encontrará la proporción de padres que en esa Comunidad son partidarios de que todas las asignaturas se impartan en Castellano?*



$n = 800$

$p = \frac{280}{800} = 0{,}35$

$1-\alpha = 0{,}95$

$$p \pm z \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} =$$

$$= 0{,}35 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}35(1-0{,}35)}{800}} = (0{,}32 \,;\, 0{,}38)$$

32% 38%

Proporción	$Z = \frac{p-\pi_0}{\sigma_{p_0}} = \frac{p-\pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$	$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ $E_{max} = z_{1-\alpha/2}\sigma_p$ $p \pm E_{max}$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA VARIANZA

Sabemos que la distribución muestral de la varianza se distribuye según χ^2

Cuando tenemos un tamaño de muestra menor o igual de 100:

$$\frac{nS_n^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} = \frac{(n-1)\cdot S_{n-1}^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{nS_n^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}} = \frac{(n-1)\cdot S_{n-1}^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}$$

Cuando tenemos un tamaño de muestra mayor de 100:

$$S^2 \pm Z \cdot S^2 \sqrt{\frac{2}{n}}$$

EJEMPLO 5. *Un grupo de 30 alumnos de enseñanza secundaria seleccionados al azar en una determinada Comunidad realizan un test de comprensión verbal de su lengua autónoma. Las puntuaciones obtenidas se distribuyen normalmente con media 120 y varianza 36. Con una probabilidad de 0'90, ¿entre que valores se encontrará la varianza en comprensión verbal de todos los alumnos de secundaria de esa Comunidad?*

$n = 30$

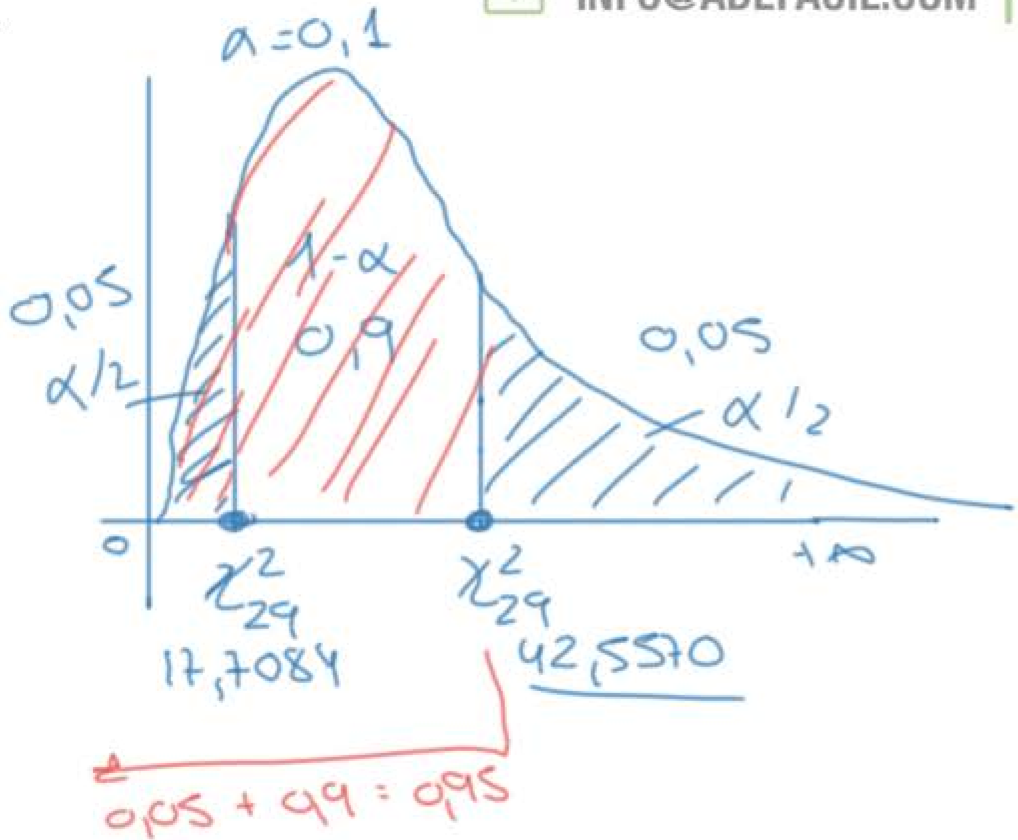
$\bar{X} = 120$

$S_n^2 = 36$

$1-\alpha = 0{,}90$

$$I_i = \frac{nS_n^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}} = \frac{30 \cdot 36}{42{,}5570} = 25{,}38$$

$$I_s = \frac{nS_n^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}} = \frac{30 \cdot 36}{17{,}7084} = 60{,}99$$



$(25{,}38 ; 60{,}99)$

D típica → $(\sqrt{25{,}38} , \sqrt{60{,}99})$