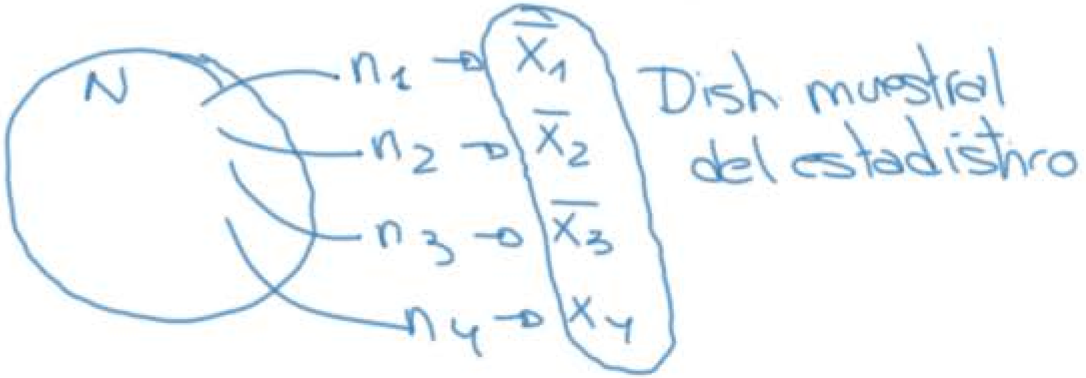
TEMA 1. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS Y CONTRASTE DE HIPÓTESIS

ÍNDICE



1.1. Distribuciones muestrales

La distribución muestral de un estadístico está formada por los estadísticos obtenidos en cada una de las muestras extraídas de una población. Es decir, tenemos una población de tamaño N y de ella extraemos todas las muestras de tamaño n que podamos. En cada una de estas muestras podremos calcular el estadístico que nos interese (media, varianza, proporción, etc.). Estos pueden ser distintos entre las diferentes muestras o iguales. Y a todos estos valores es a lo que llamaremos distribución muestral del estadístico.

1.1.1. Distribución muestral de la media

Decimos que la distribución muestral de la media es normal, o se aproxima suficientemente a la normalidad, cuando se cumple al menos una de las siguientes condiciones:

- La variable en la población se distribuye normalmente
- El tamaño de la muestra es igual o superior a 30 observaciones

Cuando realizamos inferencia estadística sobre la media aritmética, siempre debe cumplirse al menos una de las dos condiciones, pero procederemos de forma diferente en función de si la varianza poblacional es conocida o desconocida.

INFO@ADEFACIL.COM

Si conocemos la desviación típica poblacional, σ, y podemos asumir alguna de las condiciones anteriores, entonces consideremos que la distribución muestral del estadístico media también es normal, cuya media y desviación típica (también conocido como error típico) son:

$$\mu_{\bar{Y}} = \mu \qquad \sigma_{\bar{Y}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Si tipificamos el valor del estadístico media $\bar{Y}$ que se distribuye normalmente, obtenemos la variable Z cuya distribución es normal, N (0,1), lo que nos permite conocer mediante las tablas de la curva normal la probabilidad asociada a cada valor de estadístico.

$$Z = \frac{\bar{Y} - \mu}{\sigma_{\bar{Y}}} = \boxed{\frac{\bar{Y} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}$$

INFO@ADEFACIL.COM

Si desconocemos la desviación típica poblacional, σ, pero podemos asumir alguna de las condiciones anteriores, entonces consideremos que la distribución muestral del estadístico media es una distribución diferente de la normal, es la distribución t de Student

$$\mu_{\bar{y}} = \mu \qquad \sigma_{\bar{Y}} = \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}} = \frac{S_n}{\sqrt{n-1}} \qquad T = \frac{\bar{Y}-\mu}{\sigma_{\bar{Y}}}$$

Con *n-1* grados de libertad.

1.1.2. Distribución muestral de la proporción

La distribución muestral de la proporción sigue el modelo de probabilidad *binomial*, cuya media y desviación típica son:

$$\mu_P = \pi \qquad \sigma_P = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

A medida que aumenta el tamaño de la muestra, la binomial se aproxima a la normal y por lo tanto podemos tipificar:

$$Z = \frac{P - \pi}{\sigma_P}$$

1.1.3. Distribución muestral de la varianza

Esta es un poco más compleja, pero para la asignatura de Diseños de investigación sólo nos interesa la variable aleatoria:

$$\chi^2 = \frac{nS_n^2}{\sigma^2} = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\sigma^2}$$

Se distribuye según χ^2 con *n-1* grados de libertad.

1.2. La estadística inferencial

La estadística inferencial nos va a permitir inferir los parámetros de una, dos o más poblaciones a partir de la información recogida en las muestras. Esta inferencia la vamos a realizar mediante dos procedimientos: la **estimación de parámetros** y el **contraste de hipótesis.**

1.2.1. Estimación de parámetros

Un estimador es un estadístico calculado en una muestra que se utiliza para estimar un parámetro poblacional.

Para que un estimador realice buenas estimaciones del parámetro poblacional es preciso que tenga cuatro propiedades, que serán las siguientes:

INSESGADO
EFICIENTE
CONSISTENTE
SUFICIENTE

INSESGADO: Esto significa que su valor esperado (media de su distribución muestral) debe coincidir con el parámetro que estima. La media muestral, la proporción, la cuasivarianza muestral y la cuasidesviación típica muestral son estimadores insesgados. En cambio, la varianza muestral y la desviación típica muestral son sesgados.

EFICIENTE O PRECISIÓN: Es bueno que la distribución del estimador tenga poca variabilidad para que, de esta forma, se aleje poco del parámetro y en consecuencia sea más preciso. Si tenemos dos estimadores de un mismo parámetro, es más preciso aquel que tenga una varianza más pequeña.

CONSISTENTE: Un estimador consistente es el que se concentra en un rango cada vez más estrecho alrededor de su parámetro a medida que aumenta el tamaño de la muestra. Quiere decir que tanto su sesgo como su variabilidad tiendan a cero a medida que aumenta el tamaño de la muestra.

SUFICIENCIA: Un estimador es suficiente siempre que utilice toda la información de la muestra relacionada con el parámetro. La media, la varianza y la proporción son suficientes, mientras que la mediana y la moda, no lo son.