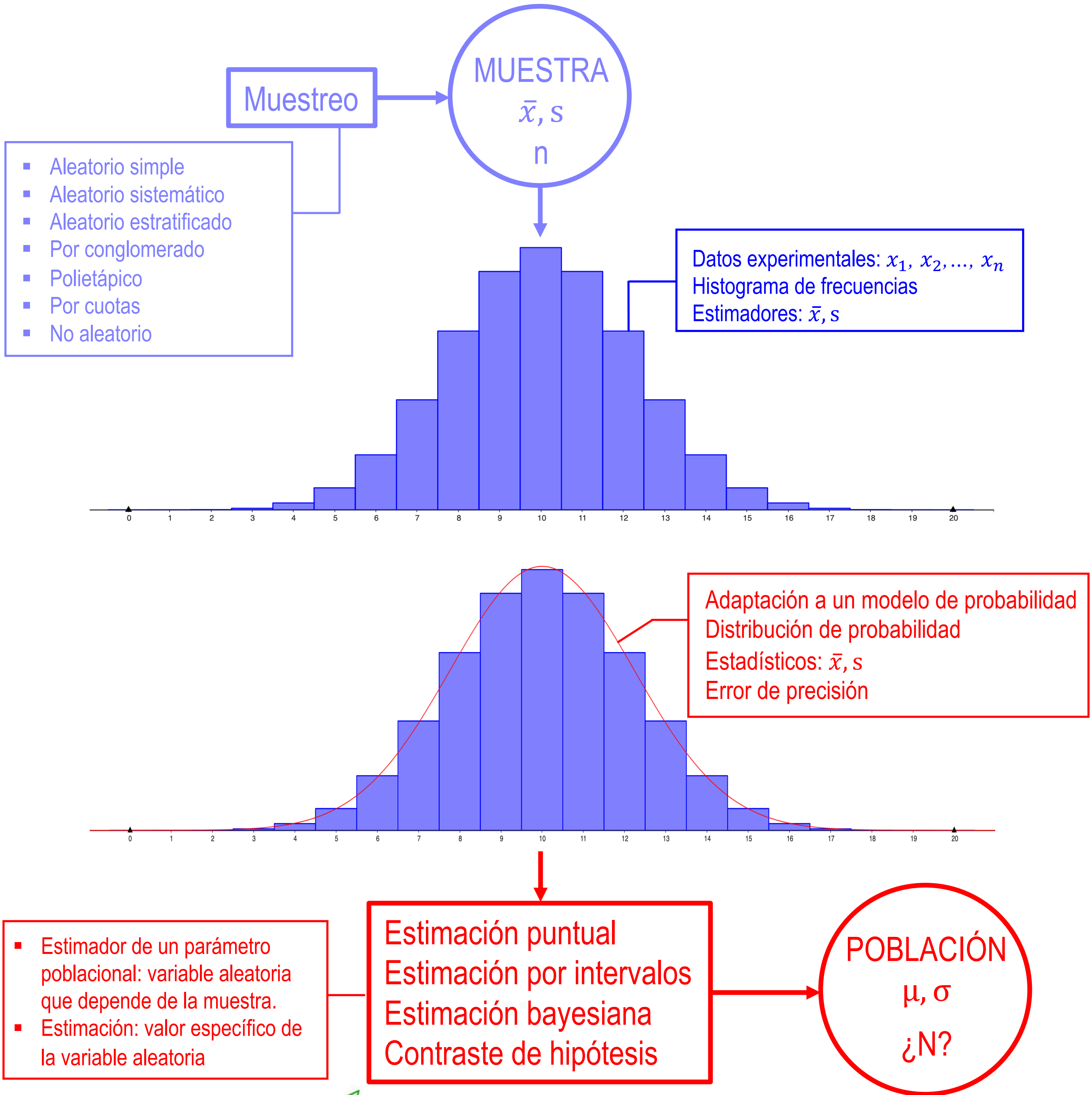
1. Inferencia estadística

1.1. Definición

La inferencia estadística es el conjunto de métodos mediante los cuales se hacen inferencias o generalizaciones acerca de una población, es decir, inferir el modelo probabilístico generado por las mediciones de una variable. Esto se podría resumir como el estudio de una muestra para deducir los parámetros estadísticos (**media**, **proporción** y **varianza**) de la población de la que fue extraída y medir el error en términos de probabilidad. La inferencia estadística se puede dividir en dos áreas principales: la **estimación** y el **contraste de hipótesis**.



Para entender la división entre **estimación** y **contraste de hipótesis**, considérense los dos ejemplos siguientes, teniendo en cuenta en ambos casos la influencia del **tipo de muestreo** y la **calidad de las mediciones** para que proporcionen alguna medida del grado de exactitud de la decisión tomada:

Ejemplo 1. En unas elecciones, una persona que opte a un cargo público podría estar interesada en estimar la verdadera proporción de votantes que le apoyarán, y puede hacerlo tomando los datos a través de una encuesta de las opiniones de una muestra aleatoria de 100 votantes. La proporción de votantes de la muestra que apoyarán al candidato o candidata se podrían utilizar como un estimador de la verdadera proporción en la población de votantes.

En este caso se trata de una estimación de la proporción de votantes favorables, ya que el conocimiento de la distribución muestral de una proporción permite establecer el grado de exactitud de tal estimador.

Ejemplo 2. Antes de comprar un coche, una persona podría estar interesada en saber cuál genera una menor huella de carbono. Si se seleccionan el modelo A y el modelo B, entonces se podría plantear la hipótesis de que el modelo A genera menor impacto que el modelo B y, después de la prueba adecuada, aceptar o rechazar dicha hipótesis.

En este caso no se trata de estimar un parámetro, sino llegar a una decisión correcta acerca de una hipótesis planteada previamente.

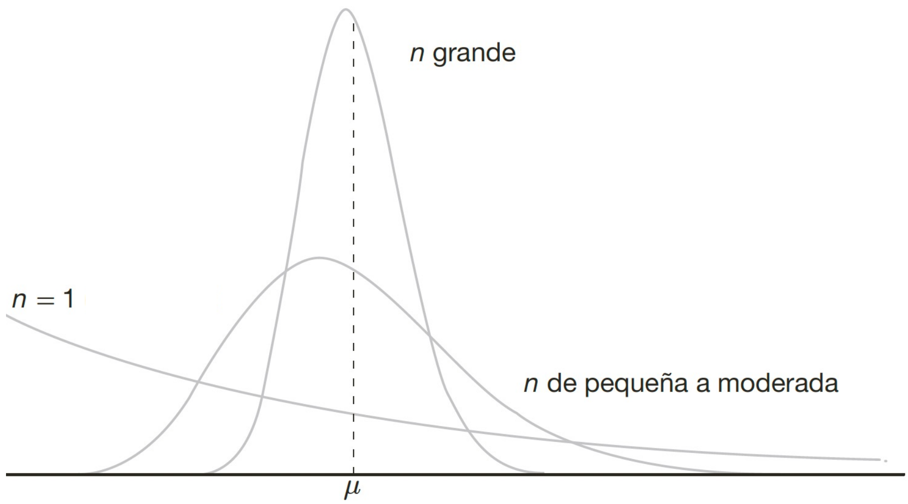
La tendencia actual es distinguir entre el **método clásico** y el **método bayesiano** para la estimación, o lo que es lo mismo, si se usa la subjetividad o no:

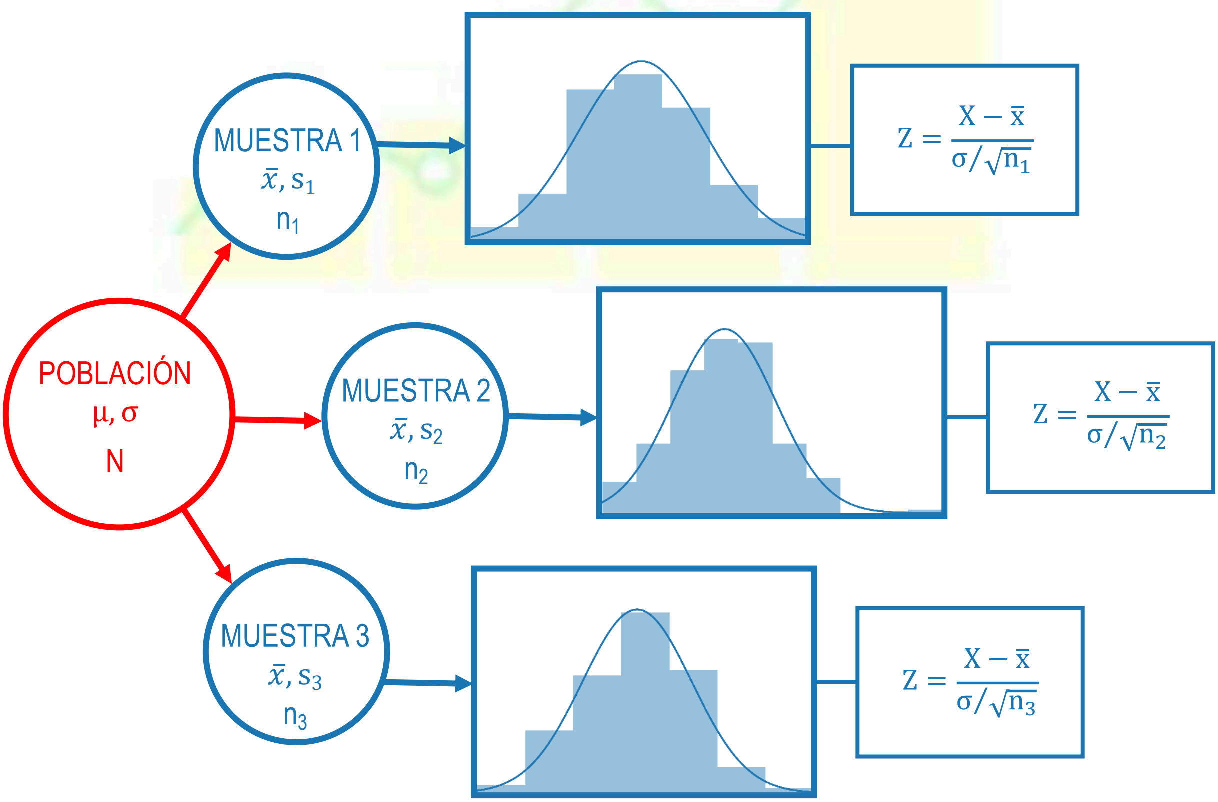
- **Método clásico:** la estimación de un parámetro de la población se realiza a partir de la inferencia de los datos medidos en una muestra aleatoria seleccionada de la población.
- **Método bayesiano**: la estimación de un parámetro de la población se realiza a partir del conocimiento subjetivo que ya se posee sobre la distribución de probabilidad de los parámetros desconocidos junto con la información que proporcionan los datos de la muestra.

En esta asignatura predominan los métodos clásicos para estimar los **parámetros de la población desconocidos**, como la **media**, la **proporción** y la **varianza**, mediante el cálculo de estadísticos de muestras aleatorias y la aplicación de la teoría de las distribuciones muestrales.

1.2. Teorema central del límite

Dada una población, sea cual sea su distribución de probabilidad, de la que se conoce su media (μ) y desviación estándar (σ), entonces todas y cada una de las muestras (n > 30) que se extraigan de ella seguirán una distribución normal aproximadamente. Además, cuanto mayor sea el tamaño muestral, más se acercará a la distribución de probabilidad N(0,1).





1.3. Distribución normal y sus estimadores

Cuando se tienen n mediciones ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) de una misma variable x, obtenidas con la misma metodología y sus incertidumbres son aleatorias, entonces el mejor estimador del valor de la variable x es su **media**:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Por otro lado, la incertidumbre media (o error medio en la medición) de las mediciones individuales $x_1, x_2, \ldots, x_n$ se calcula por medio de la **desviación estándar**:

$$\boxed{s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

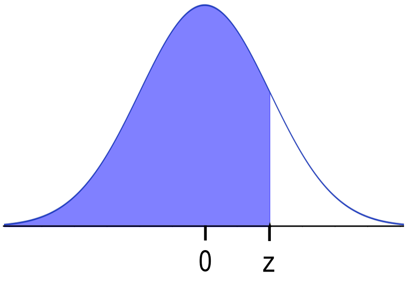
Este estimador también se denomina «desviación estándar muestral», mientras que para calcular la «desviación estándar poblacional» (σ_x) solamente hay que sustituir $n-1$ por n en el denominador. Sin embargo, este estimador no es el mejor para determinar el error, sino la **desviación estándar de la media**:

$$\boxed{\sigma_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}}$$

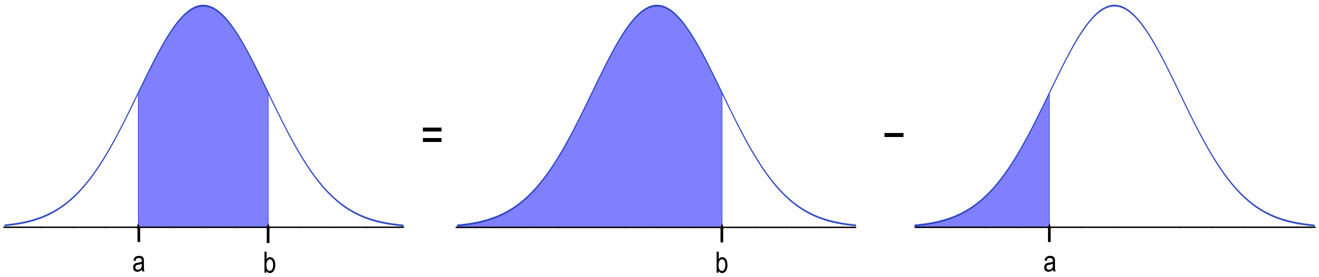
La probabilidad de la variable x se calcula, por norma general, con el área acumulada inferior de la campana de Gauss, es decir:

- Si $X \sim N(0,1)$ se busca directamente en la tabla $p(X < x)$.
- Si $X \sim N(\mu, \sigma)$, entonces se tipifica $z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ para que $Z \sim N(0,1)$ y luego se busca en la tabla $p(Z < z)$, es decir:

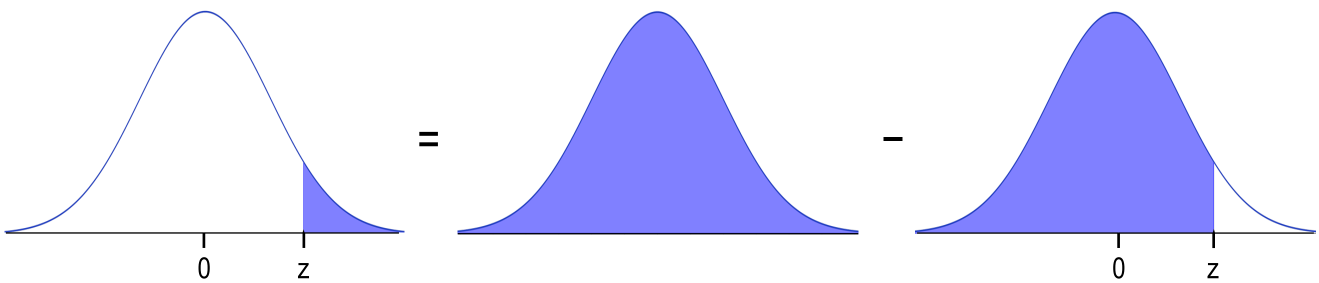
$$\boxed{P(X < z) = P\left(Z < \frac{x-\mu}{\sigma}\right)}$$



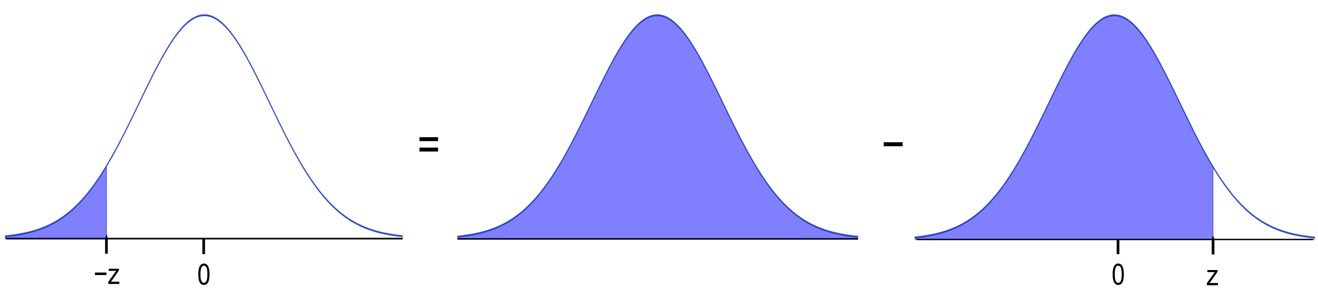
Deben tenerse en cuenta las siguientes «propiedades» respecto a las áreas de la N(0,1):



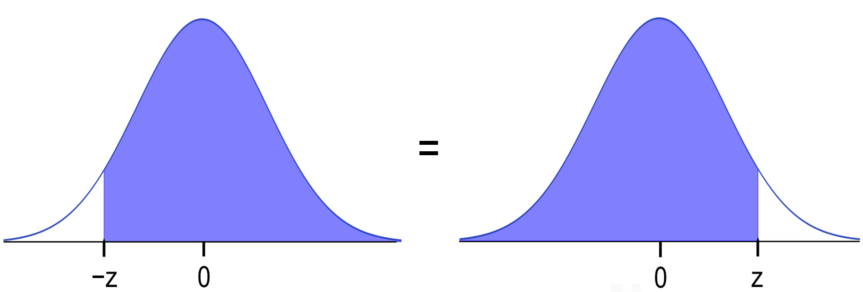
$p(a < Z < b)$	$=$	$p(Z < b)$	$-$	$p(Z < a)$



$p(Z > z)$	$=$	1	$-$	$p(Z < z)$



$p(Z < -z)$	$=$	1	$-$	$p(Z < z)$



$p(Z > -z)$	$=$	$p(Z < z)$

Ejemplo. El grosor de las planchas de acero que se producen en una cierta fábrica sigue una distribución normal de media 8 mm y desviación típica 0,5 mm. Calcular la probabilidad de que una plancha elegida al azar tenga un grosor:

- **a.** Inferior a 8,2 mm
- **b.** Superior a 8,2 mm
- **d.** Inferior a 7,6 mm
- **d.** Superior a 7,6 mm
- **c.** Comprendido entre 7,6 mm y 8,2 mm

2. Intervalo de confianza

2.1. Definición

Proporcionar un estimador sin indicar su precisión es de escasa utilidad y puede resultar hasta engañoso, por eso junto al estimador siempre conviene aportar un intervalo de valores entre los cuales deberá encontrarse el valor del parámetro de interés con una alta probabilidad. Entonces, un **intervalo de confianza** se define como el intervalo con datos de una muestra que contiene el valor real del parámetro de interés (**media**, **proporción** o **varianza poblacionales**) con una certidumbre predeterminada.

Ejemplo. A partir de una muestra de tamaño 25, que sigue una distribución de probabilidad normal, tiene una media muestral de 40 y una desviación típica poblacional de 10. Estimar un intervalo donde se encuentre la media poblacional con una probabilidad del 95%:

$$|\bar{x} - \mu| \leq 1{,}96 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \frac{10}{\sqrt{25}} = 3{,}92$$

$$\mu = \bar{x} \pm 3{,}92 = 40 \pm 3{,}92$$

$$\mathrm{IC} = [36{,}08, 43{,}92]$$

El intervalo depende, directa o indirectamente, de la media y desviación típica poblacionales (μ,σ_x) y muestrales ($\bar{x}$,s_x), así como del nivel de confianza ($1-\alpha$) y el tamaño muestral (n). De $1-\alpha$ se tiene el nivel de significación (α), que se corresponde con la incertidumbre o la probabilidad de que el intervalo no contenga el valor real del parámetro poblacional.

En este capítulo se van a detallar cuatro tipos de intervalos de confianza para una variable aleatoria x:

1. Sobre la media aritmética cuando la población es normal y la desviación típica conocida
2. Sobre la media aritmética cuando la población es normal y la desviación típica desconocida
3. Sobre la proporción
4. Sobre la varianza

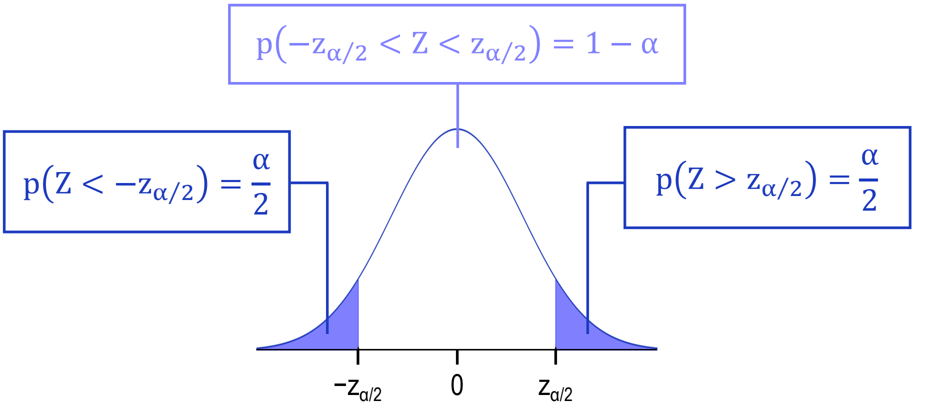
2.2. IC sobre la media aritmética cuando la población es normal y la varianza conocida

Si se conoce la varianza de la población (σ_x^2), entonces se conoce la desviación típica poblacional (σ_x) y, por tanto, se puede calcular el error de estimación de la media poblacional (μ) a través de la media muestral ($\bar{x}$) como:

$$\boxed{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_x/\sqrt{n}}}$$

por tanto, la variable tipificada (z) permite construir un intervalo de confianza a partir de un nivel de confianza dado ($1 - \alpha$):

$$p\left(-z_{\alpha/2} \le \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_x/\sqrt{n}} \le z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$



y despejando se tiene el intervalo de confianza:

$$\boxed{IC = \left[\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right]}$$

donde $z_{\alpha/2}$ es el «valor crítico», es decir, el factor proporcional de σ_x para que el área sea igual al nivel de confianza ($1 - \alpha$). Esto significa que el valor de μ está comprendido en $\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ (media ± error) con una probabilidad de $1 - \alpha$.

Los principales valores de $z_{\alpha/2}$ en función de $1-\alpha$ son:

- $1-\alpha = 0{,}90 \qquad z_{\alpha/2} = 1{,}645$
- $1-\alpha = 0{,}92 \qquad z_{\alpha/2} = 1{,}751$
- $1-\alpha = 0{,}94 \qquad z_{\alpha/2} = 1{,}881$
- $1-\alpha = 0{,}95 \qquad z_{\alpha/2} = 1{,}960$
- $1-\alpha = 0{,}96 \qquad z_{\alpha/2} = 2{,}054$
- $1-\alpha = 0{,}97 \qquad z_{\alpha/2} = 2{,}170$
- $1-\alpha = 0{,}98 \qquad z_{\alpha/2} = 2{,}326$
- $1-\alpha = 0{,}99 \qquad z_{\alpha/2} = 2{,}576$

Ejemplo. Calcular de $z_{\alpha/2}$ para $1-\alpha = 0{,}97$.

Paso 1. Cálculo de $\alpha = 0{,}03$

Paso 2. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}015$

Paso 3. Buscar el $z_{\alpha/2}$ en la tabla de la N(0,1) a partir de la probabilidad de 0,985

Paso 4. La parte entera y el primer decimal son 2,1, mientras que el segundo decimal es un 7, entonces, $z_{\alpha/2} = 2{,}17$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586	0,0
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535	0,1
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409	0,2
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173	0,3
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793	0,4
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240	0,5
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490	0,6
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524	0,7
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,8
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,9
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214	1,0
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,1
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,2
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774	1,3
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,4
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408	1,5
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449	1,6
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327	1,7
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062	1,8
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670	1,9
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169	2,0
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	$\boxed{0{,}98500}$	0,98537	0,98574	2,1

También se puede calcular con la aplicación geogebra (www.geogebra.org):

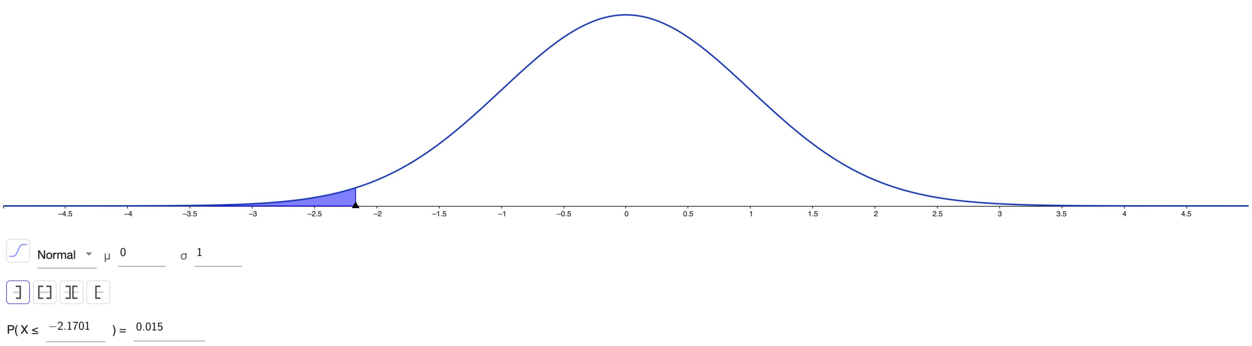
Paso 1. Seleccionar la distribución normal N(0,1)

Paso 2. Cálculo de $\alpha = 0{,}03$

Paso 3. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}015$

Paso 4. Se introduce el dato $p\left(Z < -z_{\alpha/2}\right) = 0{,}015$

Paso 5. Le valor de $-z_{\alpha/2}$ es $-2{,}1701$, por tanto, $z_{\alpha/2} = 2{,}1701$



En ocasiones se dispone de todos los datos menos el de la población, por tanto, se despeja de la parte correspondiente al error (E):

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} = z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{E}$$

$$\boxed{n = \left(z_{\alpha/2}\frac{\sigma_x}{E}\right)^2}$$

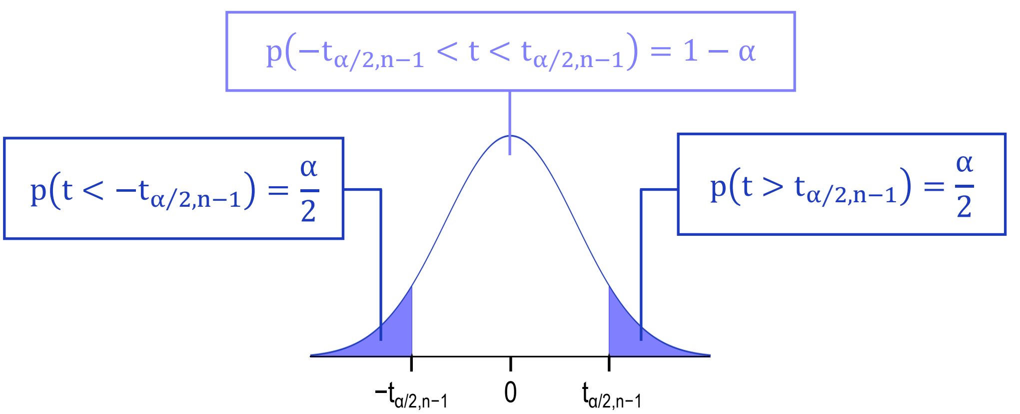
2.3. IC sobre la media aritmética cuando la población es normal y la varianza desconocida

Si la desviación típica poblacional (σ_x), entonces se recurre a la distribución *t* de Student:

$$\boxed{t_{n-1} = \frac{z}{\sqrt{\frac{\chi^2_{n-1}}{n}}} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_x/\sqrt{n}} : \sqrt{\frac{(n-1)\hat{s}_x{}^2}{\sigma_x^2(n-1)}} = \frac{\bar{x}-\mu}{\hat{s}_x/\sqrt{n}}}$$

donde z es la variable N(0,1) y $\sqrt{\chi^2_{n-1}/(n-1)}$ la desviación típica muestral de la variable x con $n-1$ grados de libertad, ya que la media de z es cero. Entonces, t permite construir un intervalo de confianza a partir de un nivel de confianza dado $(n-1)$:

$$p\left(-t_{n-1,\alpha/2} \leq \frac{\bar{x}-\mu}{\hat{s}_x/\sqrt{n}} \leq t_{n-1,\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$



y despejando se tiene el intervalo de confianza:

$$\boxed{IC = \left[\bar{x} - t_{\alpha/2,n-1}\frac{\hat{s}_x}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{\hat{s}_x}{\sqrt{n}}\right]}$$

donde $t_{\alpha/2,n-1}$ es el «valor crítico», o lo que es lo mismo, una variable Student con $n-1$ grados de libertad que genera una cola de probabilidad $\alpha/2$. Esto significa que el valor de μ está comprendido en $\bar{x} \pm t_{\alpha/2,n-1}\frac{\hat{s}_x}{\sqrt{n}}$ (media ± error) con una probabilidad de $1-\alpha$.

Ejemplo. Calcular de $t_{\alpha/2,n-1}$ para $1-\alpha = 0{,}99$ y $n = 60$.

Paso 1. Cálculo de $\alpha = 0{,}01$

Paso 2. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}005$

Paso 3. Cálculo de $n - 1 = 59$

Paso 4. Buscar el $t_{0{,}005;59}$ en la tabla, resultando $t_{0{,}005;59} = 2{,}66176$

n	$t_{0,45}$	$t_{0,40}$	$t_{0,30}$	$t_{0,20}$	$t_{0,10}$	$t_{0,08}$	$t_{0,06}$	$t_{0,04}$	$t_{0,03}$	$t_{0,02}$	$t_{0,01}$	$t_{0,005}$	n
48	0,12633	0,25476	0,52790	0,84917	1,29944	1,42718	1,58295	1,78855	1,92630	2,11107	2,40658	2,68220	48
49	0,12631	0,25473	0,52783	0,84902	1,29907	1,42673	1,58237	1,78776	1,92535	2,10987	2,40489	2,67995	49
50	0,12630	0,25470	0,52776	0,84887	1,29871	1,42629	1,58180	1,78700	1,92444	2,10872	2,40327	2,67779	50
51	0,12629	0,25467	0,52769	0,84873	1,29837	1,42586	1,58127	1,78627	1,92356	2,10762	2,40172	2,67572	51
52	0,12628	0,25465	0,52763	0,84859	1,29805	1,42546	1,58075	1,78558	1,92272	2,10655	2,40022	2,67373	52
53	0,12626	0,25462	0,52757	0,84846	1,29773	1,42507	1,58025	1,78491	1,92191	2,10553	2,39879	2,67182	53
54	0,12625	0,25460	0,52751	0,84833	1,29743	1,42469	1,57977	1,78426	1,92114	2,10455	2,39741	2,66998	54
55	0,12624	0,25458	0,52745	0,84821	1,29713	1,42433	1,57931	1,78364	1,92039	2,10361	2,39608	2,66822	55
56	0,12623	0,25455	0,52740	0,84809	1,29685	1,42398	1,57886	1,78304	1,91967	2,10270	2,39480	2,66651	56
57	0,12622	0,25453	0,52735	0,84797	1,29658	1,42365	1,57843	1,78246	1,91897	2,10182	2,39357	2,66487	57
58	0,12621	0,25451	0,52730	0,84786	1,29632	1,42332	1,57802	1,78190	1,91830	2,10097	2,39238	2,66329	58
59	0,12620	0,25449	0,52725	0,84776	1,29607	1,42301	1,57762	1,78137	1,91765	2,10015	2,39123	$\boxed{2,66176}$	59
60	0,12619	0,25447	0,52720	0,84765	1,29582	1,42271	1,57723	1,78085	1,91703	2,09936	2,39012	2,66028	60

También se puede calcular con la aplicación geogebra (www.geogebra.org):

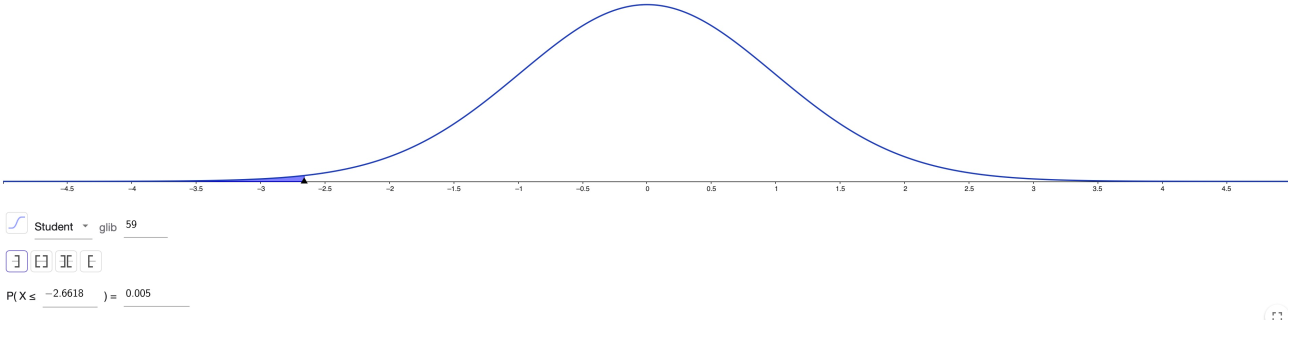
Paso 1. Seleccionar la distribución t de Student con $n - 1 = 59$ grados de libertad

Paso 1. Cálculo de $\alpha = 0{,}01$

Paso 2. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}005$

Paso 4. Se introduce el dato $p\left(T < -t_{0'005,59}\right) = 0{,}005$

Paso 5. Le valor de $-t_{0{,}005{,}59}$ es $-2{,}6618$, por tanto, $z_{\alpha/2} = 2{,}6618$



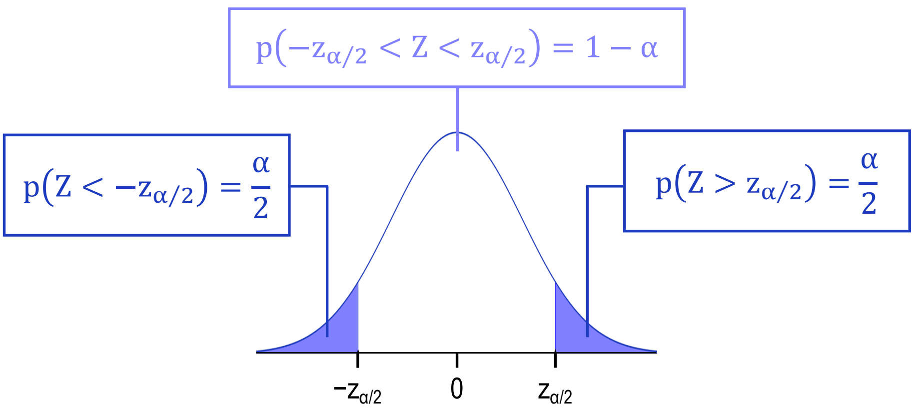
En ocasiones se dispone de todos los datos menos el de la población, por tanto, se despeja de la parte correspondiente al error (E):

$$\boxed{n = \left(t_{\alpha/2,n-1}\,\frac{\hat{S}_x}{E}\right)^2}$$

2.4. IC sobre la proporción

Igual que el primer caso, usando la proporción muestral de éxitos ($\hat{p}$) para los cálculos ($p = \hat{p} \pm$ error). Cuando se desea estimar la proporción de elementos con un atributo (p), la muestra sigue una distribución de Bernoulli y la media muestral es el cociente entre el número de elementos con el tributo estudiado (r) y el tamaño muestral (n) ($\hat{p} = r/n$). Entonces, or tanto, la variable tipificada (z) permite construir un intervalo de confianza a partir de un nivel de confianza dado ($1 - \alpha$):

$$p\left(-z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}/\sqrt{n}} \leq z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$



despejando se tiene que:

$$\boxed{IC = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]}$$

Respecto al tamaño muestral:

$$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} = \frac{z_{\alpha/2}}{E}\sqrt{p(1-p)}$$

$$\boxed{n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{E}\right)^2 p(1-p)}$$

2.5. IC sobre la varianza

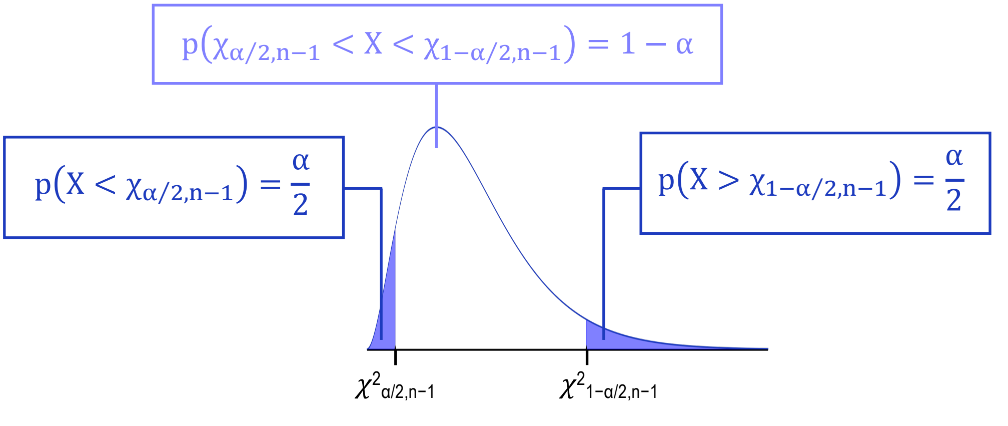
En este caso no influyen la media poblacional ($\bar{x}$) ni la desviación típica poblacional (σ_x), que es el parámetro objeto de estudio. Para construir el intervalo para la varianza de una población normal, debe tenerse en cuenta que:

$$\frac{ns_x^2}{\sigma_x^2} = \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma_x^2}$$

se distribuye como una χ^2_{n-1}, por tanto, deben determinarse los límites inferior ($\chi^2_{\alpha/2,n-1}$) y superior ($\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$) para que entre sí esté el $1-\alpha$ de la distribución:

$$p\left(\chi^2_{1-\alpha/2,n-1} \leq \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma_x^2} \leq \chi^2_{\alpha/2,n-1}\right) = 1-\alpha$$

$$p\left(\frac{1}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}} \leq \frac{\sigma_x^2}{(n-1)\hat{s}^2} \leq \frac{1}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}\right) = 1-\alpha$$



y despejando se tiene el intervalo de confianza:

$$\boxed{IC = \left[\frac{(n-1)\cdot s_x^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}, \frac{(n-1)\cdot s_x^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}\right]}$$

donde $\chi_{1-\alpha/2,n-1}$ es el «valor crítico», que genera una cola a la derecha de probabilidad $\alpha/2$, mientras que $\chi_{\alpha/2,n-1}$ genera una cola a la izquierda de $\alpha/2$. Debe tenerse en cuenta que, cuanto mayor es n, la curva se asemeja a la de una distribución normal.

Ejemplo. Calcular de $\chi_{1-\alpha/2,n-1}$ y $\chi_{\alpha/2,n-1}$ para $1-\alpha = 0{,}99$ y $n-1 = 50$.

Paso 1. Cálculo de $\alpha = 0{,}01$

Paso 2. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}005$

Paso 3. Buscar el $\chi_{0,995,50}$ en la tabla, resultando $\chi_{0,995,50} = 79{,}5$

Paso 4. Buscar el $\chi_{0,005,50}$ en la tabla, resultando $\chi_{0,005,50} = 28$

n−1	$\chi_{0,995,n-1}$	$\chi_{0,99,n-1}$	$\chi_{0,98,n-1}$	$\chi_{0,95,n-1}$	$\chi_{0,9,n-1}$	$\chi_{0,5,n-1}$	$\chi_{0,1,n-1}$	$\chi_{0,05,n-1}$	$\chi_{0,025,n-1}$	$\chi_{0,02,n-1}$	$\chi_{0,01,n-1}$	$\chi_{0,005,n-1}$	$\chi_{0,002,n-1}$	$\chi_{0,001,n-1}$	n−1
48	76,9688	73,6826	70,1968	65,1708	60,9066	47,3350	35,9491	33,0981	30,7545	30,0798	28,1770	26,5106	24,5852	23,2949	48
49	78,2307	74,9195	71,4061	66,3386	62,0375	48,3350	36,8182	33,9303	31,5549	30,8708	28,9406	27,2493	25,2940	23,9828	49
50	$\boxed{79{,}4900}$	76,1539	72,6133	67,5048	63,1671	49,3349	37,6886	34,7643	32,3574	31,6639	29,7067	$\boxed{27{,}9907}$	26,0057	24,6739	50
51	80,7467	77,3860	73,8183	68,6693	64,2954	50,3349	38,5604	35,5999	33,1618	32,4590	30,4750	28,7347	26,7203	25,3680	51
52	82,0008	78,6158	75,0214	69,8322	65,4224	51,3349	39,4334	36,4371	33,9681	33,2562	31,2457	29,4812	27,4377	26,0651	52
53	83,2526	79,8433	76,2226	70,9935	66,5482	52,3348	40,3076	37,2759	34,7763	34,0553	32,0185	30,2300	28,1577	26,7650	53

También se puede calcular con la aplicación geogebra (www.geogebra.org):

Paso 1. Seleccionar la distribución χ^2 (chi cuadrado) con $n-1 = 50$ grados de libertad

Paso 2. Cálculo de $\alpha = 0{,}01$

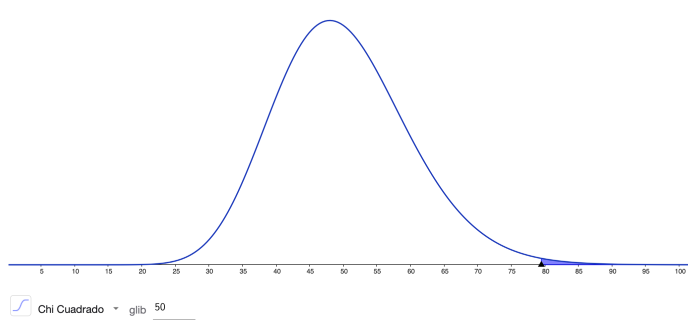
Paso 3. Cálculo de $\alpha/2 = 0{,}005$

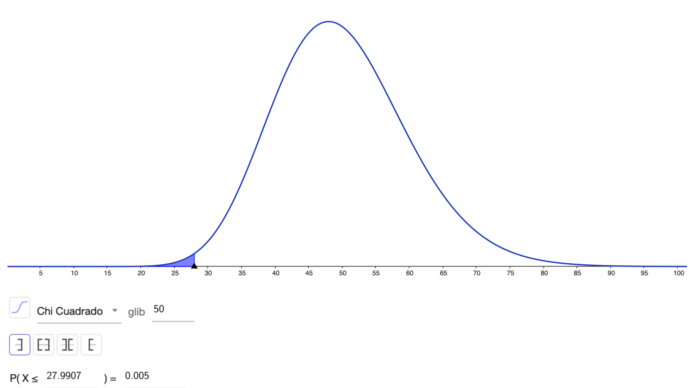
Paso 4. Se introduce el dato $p\left(X > \chi_{1-\alpha/2,n-1}\right) = 0{,}005$

Paso 5. El valor de $\chi_{0,995,50} = 79{,}49$

Paso 6. Se introduce el dato $p\left(X < \chi_{\alpha/2,n-1}\right) = 0{,}005$

Paso7. El valor de $\chi_{0,005,50} = 27{,}9907$





2.6. Resumen

A modo de resumen y de cara a las preguntas de la PEC1:

Análisis	Parámetro	Distribución	Intervalo de confianza
Inferencia sobre la media con σ^2 conocida	μ, σ conocido	$N(0,1)$	$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sigma_x/\sqrt{n}$
Inferencia sobre la media con σ^2 desconocida	μ, σ desconocido	t_{n-1}	$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,n-1} \cdot s_x/\sqrt{n}$
Sobre la varianza	σ^2	χ^2_{n-1}	$(n-1) \cdot s_x^2/\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ $(n-1) \cdot s_x^2/\chi^2_{\alpha/2,n-1}$
Sobre la proporción	$\hat{p}$	$N(0,1)$	$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$