

Ejercicio 5.4. Una compañía quiere realizar un estudio sobre la influencia del gasto en I+D sobre sus ventas. Para ello dispone de los siguientes datos sobre los últimos años:

Años	X Gastos millones	Y Ventas millones
2008	3,0	130
2009	3,3	155
2010	3,8	175
2011	4,2	210

- Realice un gráfico de dispersión.
- Obtenga un modelo lineal que permita predecir las ventas a partir de los gastos en I+D. Comente los resultados.
- Prediga las ventas del 2012 sabiendo que el gasto en I+D será de 4,5 millones.
- Juzgue la bondad del modelo estimado.

$$\hat{Y} = a + b x_i$$

$$\begin{array}{l|l} \bar{x} = 3'575 & \bar{y} = 167'5 \\ \sigma_x^2 = 0'2118 & \sigma_y^2 = 856'25 \\ \sigma_x = 0'46 & \sigma_y = 29'26 \end{array}$$

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{2448'5}{4} - 3'575 \cdot 167'5 = 13'31$$

$$\text{MRLS} \left\{ \begin{array}{l} a = -57'12 \\ b = 62'83 \\ r_{xy} = 0'9883 \end{array} \right. \quad R^2 = (0'9883)^2 = 0'9767$$

$$b) \hat{y}_i = a + b x_i$$

$$\hat{\text{ventas}} = a + b \cdot \text{gastos}_i$$

$$\bar{x} = a_{10} = \frac{3 + 3'3 + 3'8 + 4'2}{4} = 3'575$$

$$\bar{y} = a_{01} = \frac{130 + 155 + 175 + 210}{4} = 167'5$$

$$m_{20} = S_x^2 = a_{20} - a_{10}^2 =$$

$$= \frac{3^2 + 3'3^2 + 3'8^2 + 4'2^2}{4} - (3'575)^2 = 0'2118$$

$$S_x^2 = m_{20} = 0'2118$$

$$S_x = \sqrt{0'2118} = 0'46029$$

$$m_{02} = S_y^2 = a_{02} - (a_{01})^2 =$$

$$= \frac{130^2 + 155^2 + 175^2 + 210^2}{4} - (1675)^2 = 886'21$$

$$S_y^2 = m_{02} = 886'21$$

$$S_y = \sqrt{886'21} = 29'26$$

$$m_{11} = \frac{\sum x_i y_j \cdot m_{ij}}{N} - \bar{x} \cdot \bar{y} = a_{11} - a_{10} \cdot a_{01} =$$

$$= \frac{3 \cdot 130 + 3'3 \cdot 155 + 3'8 \cdot 175 + 4'2 \cdot 210}{4} - 3'575 \cdot 1675 = 13'31$$

$$\bullet b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{m_{11}}{m_{20}} = \frac{13'31}{0'2118} = 62'83$$

$$\bullet a = \bar{y} - b \bar{x} = a_{01} - b a_{10} = 167'5 - 62'83 \cdot 3'575 = -57'1$$

$$\hat{Veuntas} = -57'1 + 62'83 \cdot \text{gastos}_i$$

c) $x_i = 4'5$ millones

$$\hat{Veuntas}_{(x_i=4'5)} = -57'1 + 62'83 \cdot 4'5 = 225'62$$

$$d) R^2 = (r_{xy})^2 = \left(\frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} \right)^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_x^2 \cdot S_y^2} = \frac{m_{11}^2}{m_{20} \cdot m_{02}} =$$

$$= \frac{13'31^2}{0'2118 \cdot 886'21} = 0'9168 \approx 91'68\%$$