PARTE I – DIRECCIÓN GENERAL Y DE RECURSOS HUMANOS

CAPÍTULO 3. TOMA DE DECISIONES

INDICE;

INFO@ADEFACIL.COM | 600 816 978 |

1. Decisiones en ambiente de incertidumbre

Estados de la naturaleza → sucesos de los que depende una decisión y en los que el decisor no puede influir.

Según sea el nivel de información que se disponga, se distinguen los siguientes ambientes de decisión:

1. **Certeza**. Se conoce con seguridad los estados de la naturaleza que van apresentarse.
2. **Riesgo**. El decisor no conoce los estados de la naturaleza, pero sí cuales puedenpresentarse y la probabilidad de cada uno de ellos.
3. **Incertidumbre estructurada**. Se conocen los estados de la naturaleza, pero no la probabilidad de cada uno de ellos.
4. **Incertidumbre no estructurada**. No se conocen los estados de la naturaleza.

En teoría de la decisión, al proceso de consecución de información con el quese reduce la incertidumbre y, en algún caso, permite pasar de un ambiente de decisión a otro, se le denomina **proceso de aprendizaje**.

En ambiente de **incertidumbre estructurada**, la decisión incorpora una carga desubjetividad muy elevada, de modo que distintas personas tomarían diferentes decisiones. En este entorno, los **criterios de decisión** que veremos a continuación.

Criterios de decisión en ambiente de incertidumbre

1) **Criterio de Laplace:** Se calcula la media aritmética de los resultados que se pueden derivar de cada una de las decisiones y se elige aquella a la que le corresponda el resultado más elevado (si tales resultados son favorables), o la que tenga el resultado más bajo, si los resultados son desfavorables.

Problema 1.1.1 El criterio de Laplace

Laply, S.A., es una empresa dedicada a la fabricación y venta de aparatos electrodomésticos, que se encuentra estudiando el lanzamiento de su nueva marca de refrigerador Frío para competir con la empresa Waldy, S.A., que elabora otra marca dirigida al mismo segmento del mercado. El beneficio anual de Laply, S.A., depende de su estrategia de marketing y de la que siga Waldy, S.A. Aquélla puede seleccionar la estrategia *A*, *B* o *C*, y ésta puede elegir entre las estrategias *X*, *Y* y *Z*. Laply, S.A., ignora las probabilidades de que Waldy, S.A., elija la estrategia *X*, la *Y* o la *Z*, por lo cual se encuentra en situación de incertidumbre para decidir, pero conoce los beneficios anuales que se derivarían para ella de cada una de sus estrategias en función de cuál fuera la que eligiera su competidora, y son los que, en millones de unidades monetarias (u.m.), se recogen en la tabla 1.1 (matriz de decisión).

		ESTRATEGIA DE WALDY, S.A. (EN MILLONES DE U.M.)		
		X	Y	Z
ESTRATEGIA DE LAPLY, S.A.	A	200	300	340
	B	260	320	320
	C	272	280	300

TABLA 1.1

$$R_A = \frac{200 + 300 + 340}{3} = 280 \text{ mill.}$$

$$R_B = \frac{260 + 320 + 320}{3} = 300 \text{ mill.}$$

$$R_C = \frac{272 + 280 + 300}{3} = 284 \text{ mill.}$$

INFO@ADEFACIL.COM | 600 816 978

2) **Criterio optimista:** es el criterio que seguiría una persona que pensara que, cualquiera que fuera la estrategia que eligiera, el estado que se presentaría sería el más favorable para ello. Cuando los resultados son favorables se denomina criterio maxi-max. Cuando los resultados son desfavorables, se le denomina criterio mini-min.

Lo aplicamos al ejemplo anterior.

mayores beneficios → A = 340
→ B = 320
→ C = 300

3) Criterio pesimista, o criterio de Wald: es el que seguiría una persona que pensara que, cualquiera que fuera la estrategia que eligiera, el estado que se presentaría sería el menos favorable para ella.

Lo aplicamos al ejemplo anterior.

menores beneficios → A = 200
→ B = 260
→ C = 272

4) **Criterio de optimismo parcial de Hurwicz:** Introducimos un coeficiente de optimismo α (comprimido entre 0 y 1) y el resto lo asignamos al coeficiente de pesimismo (1 – α). El mejor de los resultados se pondera con el coeficiente de optimismo y el peor se pondera con el de pesimismo.

Problema 1.1.4 El criterio de Hurwicz

¿Cuál sería la mejor decisión de la empresa Laply, S.A., de los problemas anteriores, según el criterio de optimismo parcial de Hurwicz para un coeficiente de optimismo del 60 por 100?

$\alpha = 60\%$ $(1-\alpha) = 40\%$

A = (0'60 · 340) + (0'40 · 200) = 284 mill.

B = (0'60 · 320) + (0'40 · 260) = 296 mill.

C = (0'60 · 300) + (0'40 · 272) = 288'88 mill.

5) **Criterio del mínimo pesar o de Savage:** es el que siguen los que tienen aversión a arrepentirse por equivocarse. Se debe realizar la denominada matriz de pesares.

Lo aplicamos al ejemplo anterior.

		ESTRATEGIA DE WALDY, S.A. (EN MILLONES DE U.M.)		
		X	Y	Z
ESTRATEGIA DE LAPLY, S.A.	A	~~200~~ 72	~~300~~ 20	~~340~~ 0
	B	~~260~~ 12	~~320~~ 0	~~320~~ 20
	C	~~272~~ 0	~~280~~ 40	~~300~~ 40

máximo pesar

72

20 → elegimos B)

40

El resultado obtenido no sólo depende de la alternativa seleccionada si no también el estado de la naturaleza que ocurra o la decisión tomada por otro decisor. Se trata de un juego de azar.

En los juegos de estrategia el resultado final depende de las decisiones tomadas por los diversos jugadores. Las principales clasificaciones de los **juegos de estrategia** son las siguientes:

1. Según el número de participantes.
2. Según sea la ganancia total obtenida por el conjunto de todos los participantes. Pueden ser de suma nula (lo que gana uno lo pierde otro), o suma no nula.
3. Según el número de jugadas.
4. Según sea la información de la que disponen los participantes: completa, incompleta.
5. Según los elementos que intervengan en las decisiones: estrategia pura, estrategia mixta.

El más sencillo es el juego de dos personas de suma nula, al que también se denomina juego rectangular, porque la matriz de decisiones, o matriz de pagos entre los jugadores, tiene forma rectangular.

Para obtener la solución de un juego rectangular tendremos que hallar las mejores estrategias de los dos jugadores y el valor del juego, El valor del juego es la cantidad que gana un jugador y que el otro pierde.

En el siguiente ejemplo:

TABLA 3.4

ESTRATEGIAS ELEGIDAS	PAGOS
R, P	*A* a *B*: 200 unidades
R, Q	*B* a *A*: 300 unidades
S, P	*A* a *B*: 100 unidades
S, Q	*B* a *A*: 300 unidades
T, P	*B* a *A*: 100 unidades
T, Q	*B* a *A*: 200 unidades

La mejor estrategia para B es P, la mejor estrategia para A es T, y el valor del juego es 100 unidades.

En los juegos como el anterior, el maxi-min del ganador coincide con el mini-max del perdedor, se denominan juegos con punto de silla.

↳ menor de su fila y mayor de su columna.

Problema 1.1.17 Juego de suma nula

En la siguiente matriz, *P* es el perdedor y *G* es el ganador. ¿Se puede eliminar alguna estrategia? ¿Cuál es la solución del juego?

		Estrategias de *P*		
		X	**Y**	**Z**
Estrategias de *G*	**A**	100	200	400
	B	100	0	500
	C	0	100	-100

TABLA 1.26

Estrategia A, X → punto silla

Jugador G + 100

Jugador P − 100

2. La entropía

El decisor situado en ambiente de riesgo tendrá tanto más acierto en sus decisiones cuanto mayor sea el volumen de información de que disponga.

La **teoría de la información** permite medir la información partiendo de una idea esencial: la información proporcionada por la materialización de un suceso depende de la probabilidad de su ocurrencia.

Se puede **denominar h(P)** a la información proporcionada por la realización de un suceso de probabilidad P. Se emplea, como medida de la información, el recíproco de la probabilidad:

$$h(P) = \log(1/P) = -\log(P)$$

0'50

El logaritmo puede ser neperiano, decimal o binario (en este caso la información se mide en bits). Por sencillez se utiliza la base binaria, en la que cada bit constituye la información proporcionada por la ocurrencia de un suceso de probabilidad igual a un medio:

$$h(1/2) = \log_2(1/2) = 1 \text{ bit}$$

Problema 1.2.1 La entropía

¿Cuál es la entropía asociada al lanzamiento de una moneda perfecta?

$P = 1/2$ $\quad h$

$$h(P) = \log(1/P) = -\log(P) \qquad P = 1/2$$

$$h(1/2) = -\log_2(1/2) = -1 \ (1 \text{ bit})$$

Si en lugar de un suceso se considera un **conjunto de sucesos**, complementarios y mutuamente excluyentes, S_1, S_2, …S_n, a los que corresponden unas probabilidades respectivas de P_1, P_2, …P_n , a cada uno de los sucesos, S_i, le corresponderá una información en su acaecimiento (incertidumbre antes de que acaezca):

$$h (P_i) = - \log (P_i)$$

por lo que la información esperada (la esperanza matemática del tamaño de la información) será:

$$H = P_1\, h (P_1) + P_2\, h (P_2) + \ldots\ldots + P_n\, h (P_n)$$

H mide la incertidumbre que afecta al sistema antes de saberse cuál de los sucesos va a producirse.

En relación con el valor H;

- Se le denomina entropía o desorden del sistema
- Es siempre no negativa, alcanzando su mínimo (H = 0) cuando sólo uno de los sucesos es posible.
- Mide la incertidumbre que afecta al sistema antes de saberse cuál de los sucesos va a producirse.
- Es máxima H = log (n) cuando lo es la incertidumbre del sistema → todos los sucesos tienen la misma probabilidad de presentarse; Pi = 1n

Si no se trata de un único suceso, j, sino de un conjunto, o sistema, en el que los distintos sucesos experimentarían, tras la aparición del mensaje, una variación en sus probabilidades respectivas se podrá definir, el contenido informativo esperado del mensaje, o ganancia de información esperada del mismo, como:

$$I(Q : P) = Q_1 \log (Q_1/P_1) + Q_2 \log (Q_2/P_2) + \cdots + Q_n \log (Q_n/P_n)$$

3. El valor del dinero en el tiempo

Objetivo: Determinar los equivalentes del valor del dinero en distintos momentos del tiempo

En general, una cantidad de dinero vale tanto más cuanto más próxima al momento actual seencuentre su disposición. Existen tres razones para ello:

1) El **coste de oportunidad**
2) La existencia de **inflación**
3) El **riesgo**

Para calcular cuál es el capital equivalente, desde la perspectiva del coste de oportunidad, en el momento "s";

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot (1+i)^{s-t}$$

Problema 1.3.1 El valor del dinero en el tiempo

Una persona, *B*, ha de devolver a otra persona, *A*, 10.000 u.m. que le debe, pero le pide que le aplace la deuda hasta dentro de unos años. Si *A* puede colocar sus capitales al 10 por 100 anual acumulativo, con el mismo riesgo que tiene que *B* no le pague ¿qué capital le exigirá que le entregue dentro de un año? ¿Y si se retrasa dos años en el pago? ¿y si fueran 3 los años de aplazamiento?

$i = 10\%$

10000€ ?

0 = t 1 = s

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot (1+i)^{s-t}$$

$Q_1 = 10.000 \cdot (1+0'10)^1 = 11.000$ €

$Q_2 = 10.000 \cdot (1'10)^2 = 12.100$ €

$Q_3 = 10.000 \; (1'10)^3 = 13.310$ €

11.000€

0 1

$Q_0 = 11.000 \cdot (1'10)^{-1} = 10.000$ €

8

Con carácter general, la expresión aplicable para calcular el **capital equivalente, desde el punto de vista de la capacidad adquisitiva,** en el momento s de otro capital que importa Q_t
u.m y que es disponible en el momento t es:

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot (1+g)^{s-t}$$

donde g es la tasa de inflación en tanto por uno.

Para determinar el **capital disponible** en el momento s de otro capital que asciende a Q_t u.m. y que está disponible en el momento t, teniendo en cuenta tanto el **coste de oportunidad** como la **tasa de inflación,** habrá de aplicarse la siguiente fórmula general:

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot (1+i)^{s-t} \cdot (1+g)^{s-t}$$

que equivale a:

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot [(1+i) \cdot (1+g)]^{s-t} = Q_t \cdot [1+i+g+ig]^{s-t}$$

o simplemente:

$$Q_{s/t} = Q_t \cdot (1+k)^{s-t}$$

donde k es es el tipo calculatorio que incorpora los efectos tanto del coste de oportunidad como de la de tasa de inflación, es decir, la rentabilidad que ha de requerirse para compensar ambos elementos:

$$k = i + g + i \cdot g \qquad \rightarrow k = i \cdot (1+g) + g$$

Se deduce que, dada la rentabilidad que incorpora inflación, k, la **rentabilidad neta de inflación** es:

$$i = \frac{k-g}{1+g}$$

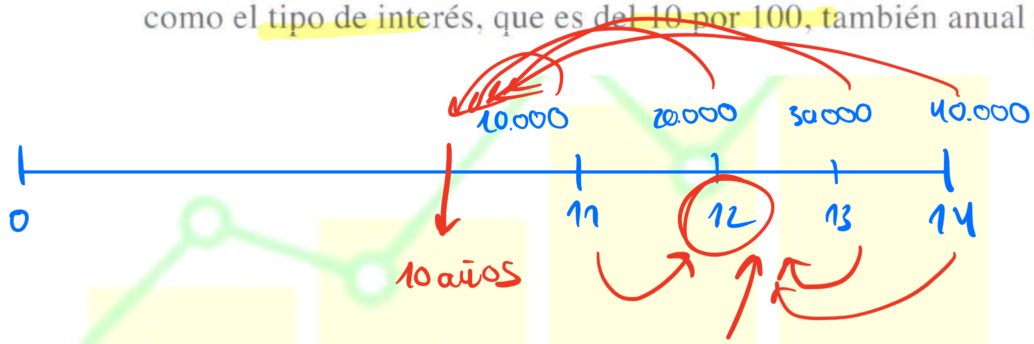
Problema 1.3.6 El valor del dinero en el tiempo

Sean los capitales disponibles en los momentos que se indican reflejados en la tabla 1.35.

Capitales (u.m.)	Momentos
10.000	Dentro de 11 años
20.000	Dentro de 12 años
30.000	Dentro de 13 años
40.000	Dentro de 14 años

TABLA 1.35

¿Cuáles son sus equivalentes dentro de 10, 12, 14 y 16 años, teniendo en cuenta tanto la tasa de inflación, que es del 9 por 100 anual acumulativo, como el tipo de interés, que es del 10 por 100, también anual y acumulativo?



$$k = i + g + i \cdot g \longrightarrow 0'20 + 0'09 + 0'20 \cdot 0'09 = 0'199$$

$$10.000 \cdot (1+k)^{-1} = 8.340'28 €$$

$$20.000 (1+k)^{-2} = 13.912'06$$

$$30.000 (1+k)^{-3} = 17404'58$$

$$40.000 (1+k)^{-4} = 19.354'56 €$$

En el momento 12:

$$10.000 \cdot (1+k)^{1} =$$

$$20.000 (1+k)^{0} = 20.000 €$$

$$30.000 (1+k)^{-1}$$

$$40.000 (1+k)^{-2}$$

4. Los árboles de decisión

Las **decisiones secuenciales** son aquellas que se encuentran sometidas a un proceso dinámico y adaptativo en un período de tiempo más o menos amplio en el que esas decisiones se concatenan, de modo que cada una condiciona a las que le siguen y vienen condicionadas por las que le anteceden y por los estados de la naturaleza que se hayan presentado.

Los **árboles de decisión** constituyen un instrumento de gran utilidad para representar secuencialmente y planificar las diversas decisiones alternativas y los posibles estados de la naturaleza:

Todo árbol de decisión consta de:

- **Nudos (vértices):** Representan situaciones en las cuales debe tomarse una u otra decisión (nudos decisionales – se representa con cuadrados) o el decisor se enfrenta a distintos estados de la naturaleza o sucesos aleatorios (nudos aleatorios – se representa con círculos).

- **Las ramas.** Parten de los nudos decisionales y representan alternativas de decisión. Las que parten de nudos aleatorios representan posibles estados de la naturaleza.

Cuando se conocen las probabilidades de los diversos estados, éstas se reflejan sobre las ramas que representan. Al final del camino se reseña el resultado que correspondería a esa sucesión de decisiones y sucesos.

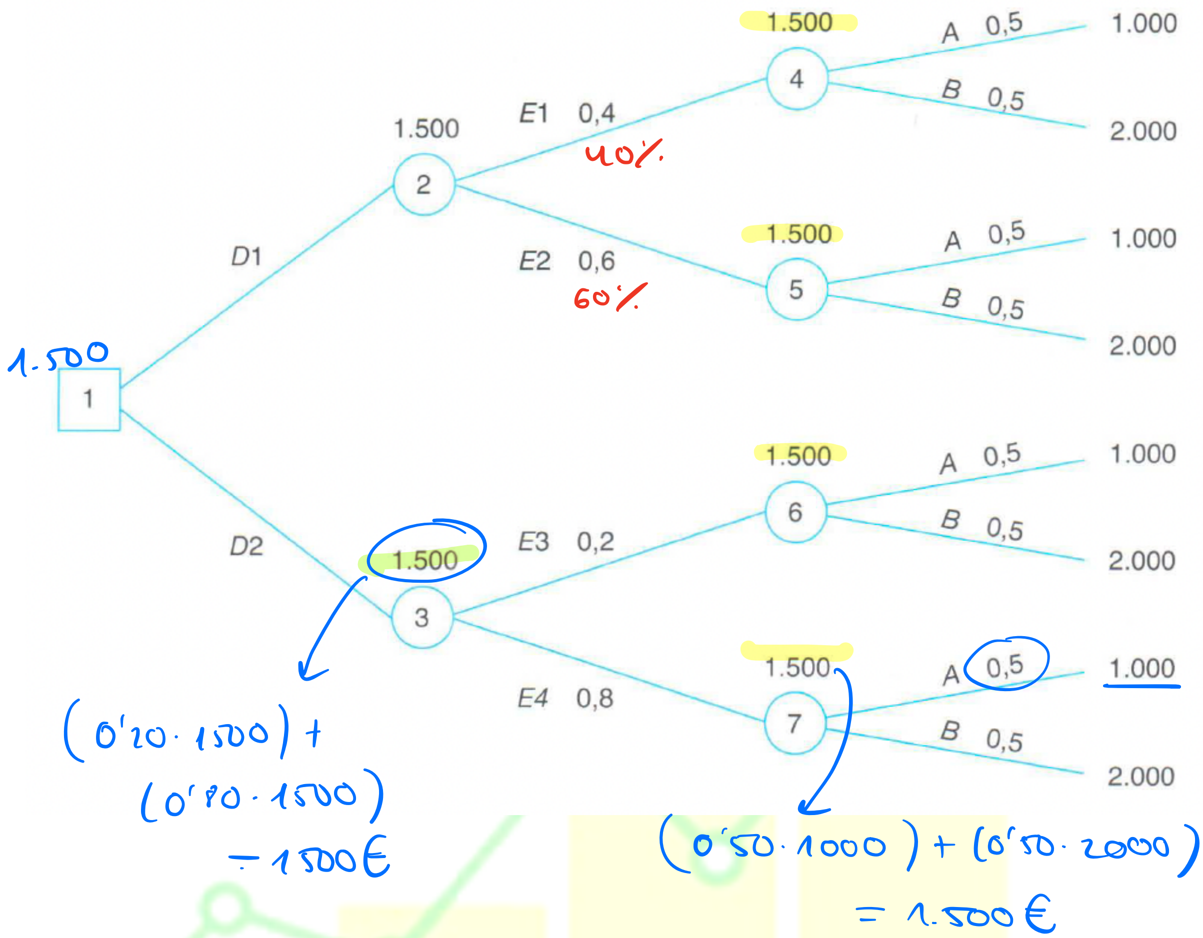
Cada nudo tiene **un valor asociado**:

- El valor asociado a un nudo aleatorio: esperanza matemática de los valores situados al final de las ramas que parten de él.
- El valor asociado a un nudo decisional: es el mejor de los valores en los que tienen destino las ramas que parten de él.

Problema 1.4.4 Árboles de decisión

Un decisor ha de tomar la decisión $D1$ o la $D2$. Si se decide por $D1$, puede suceder $E1$, con una probabilidad de 40 por 100, o $E2$. Si se decide por $D2$, puede suceder $E3$, con una probabilidad del 20 por 100, o $E4$. Tanto si sucede $E1$, como si suceden $E2$, $E3$, o $E4$, a continuación pueden suceder A o B, que tienen la misma probabilidad. Si finalmente sucede A, el decisor gana 1.000 u.m., en tanto que si sucede B, gana 2.000 u.m. ¿Que decisión es preferible?

INFO@ADEFACIL.COM | 600 816 978 |



5. El valor esperado de la información perfecta

La información perfecta es aquella en la que la probabilidad de que sea correcta es el 100%.

La **información perfecta tiene un cierto valor esperado** (VEIP) y será el límite máximo que podrá pagarse por esta información y por cualquier otra, por ninguna información debe pagarse una cantidad superior al valor esperado de la información perfecta, VEIP.

El VEI es la esperanza matemática de la información.

Problema 1.4.10 El valor esperado de la información perfecta

Si se compra un terreno y se descubre oro, se ganan 90.000 u.m., pero si no se descubre oro, se pierden 60.000 u.m. La probabilidad de que no haya oro es del 60 por 100. ¿Cuál es el valor esperado de la información perfecta?

IP fuera si hay oro → 90.000€ → 40%

IP fuera si no hay oro → 60%

VEIP = (90.000€ × 40%) + (60% · 0) = 36.000€

6. La programación lineal

6.1. Concepto

Todo problema de programación lineal consiste una función objetivo lineal, que se hade maximizar o minimizar, y un conjunto de restricciones de carácter también lineal.

6.2. Planteamiento general

Se trata de maximizar (o minimizar):

$$Z = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \ldots + c_n X_n$$

Con sometimiento a las restricciones:

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant b_m \end{array}$$

y, siempre, la condición de no negatividad de las variables;

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geqslant 0$$

x, y

Se trata de un problema optimo condicionado; ha de encontrarse la combinación de valores x_i que, entre todas las que son posibles, es decir, cumplen las restricciones, maximiza (o minimiza) la función objetivo.

Para resolver gráficamente un problema de programación lineal han de seguirse los siguientes pasos:

1) Representar las ecuaciones que se obtienen al establecer las restricciones (sólo en el primer cuadrante).
2) Encontrar el conjunto de soluciones factibles representando gráficamente las restricciones
3) Calcular las coordenadas de los vértices del recinto de soluciones factibles.
4) Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los puntos anteriores para ver cuál de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pide el problema.

Problema 1.5.1 Programación lineal. Caso de maximización y programación en números enteros

Un artesano dispone de 6 unidades semanales de mimbre y trabaja 28 horas a la semana en las que se dedica a la fabricación de sombreros y cestos. Cada sombrero requiere 1 unidad de mimbre y 8 horas de trabajo, mientras que cada cesto precisa 2 unidades de mimbre y 7 horas de tiempo disponible. El precio en el que vende un sombrero es de 80 u.m., mientras que el de cada cesto es de 120 u.m. ¿Cuántas unidades de cada producto debe fabricar a la semana si desea maximizar sus ingresos?

función objetivo → maximizar ingresos → $z = 80x + 120y$

x = sombreros

y = cesto

restricciones → mimbre $6 \geq x + 2y$

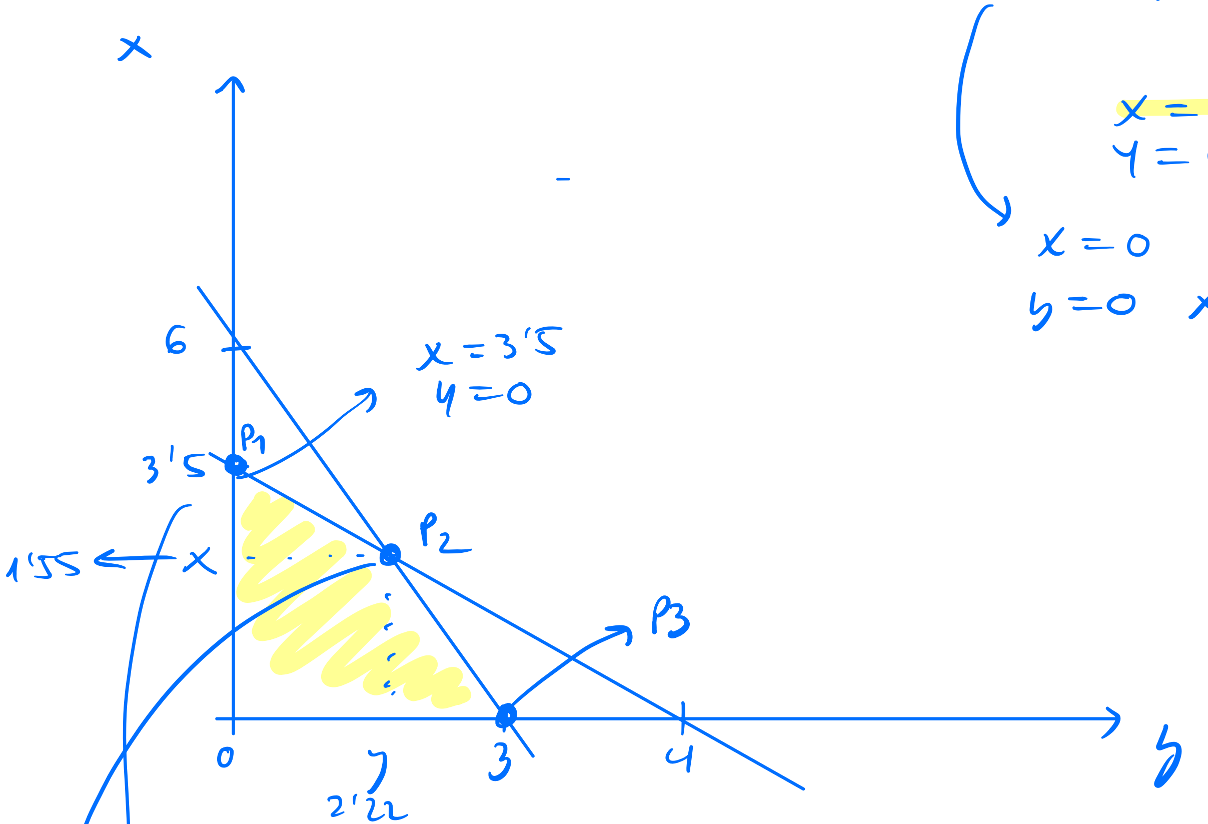
tiempo $28 \geq 8x + 7y$

$x = 0 \quad y = 3$

$y = 0 \quad x = 6$

$x = 0 \quad y = 3$

$y = 0 \quad x = 3'5$



P_1 $\quad x = 3'5$, $y = 0$ $\longrightarrow$ $z = 80x + 120y$

$z = 80 \cdot (3'5) + 120(0) = 280$

P_2 $\quad \left.\begin{array}{l} 6 = x + 2y \\ 28 = 8x + 7y \end{array}\right\}$ $\longrightarrow$ $x = 6 - 2y$

$28 = 8(6 - 2y) + 7y$

$28 = 48 \underbrace{- 16y + 7y}_{-9y}$

$9y = 20 \rightarrow y = 2'\widehat{2}$

$x = 1'\widehat{5}$

$z = 390'844$ €

P_3 $\quad x = 0$, $y = 3$ $\longrightarrow$ $z = 80(0) + 120(3) = 360$

Pregunta examen 2023;

13. En el programa lineal:

Minimizar $Z = 15x + 12y$

$4x + \cancel{8}\,y \geq 44$; $5x + 4y \geq 40$; $14x + 3y \geq 42$,
(1) (2) (3)

$x, y \geq 0$

a) Hay infinitas soluciones

b) Hay dos soluciones, que son: $x_1 = 6$ e $y_1 = 2{,}5$; y: $x_2 = 1{,}1707$ e $y_2 = 8{,}5366$

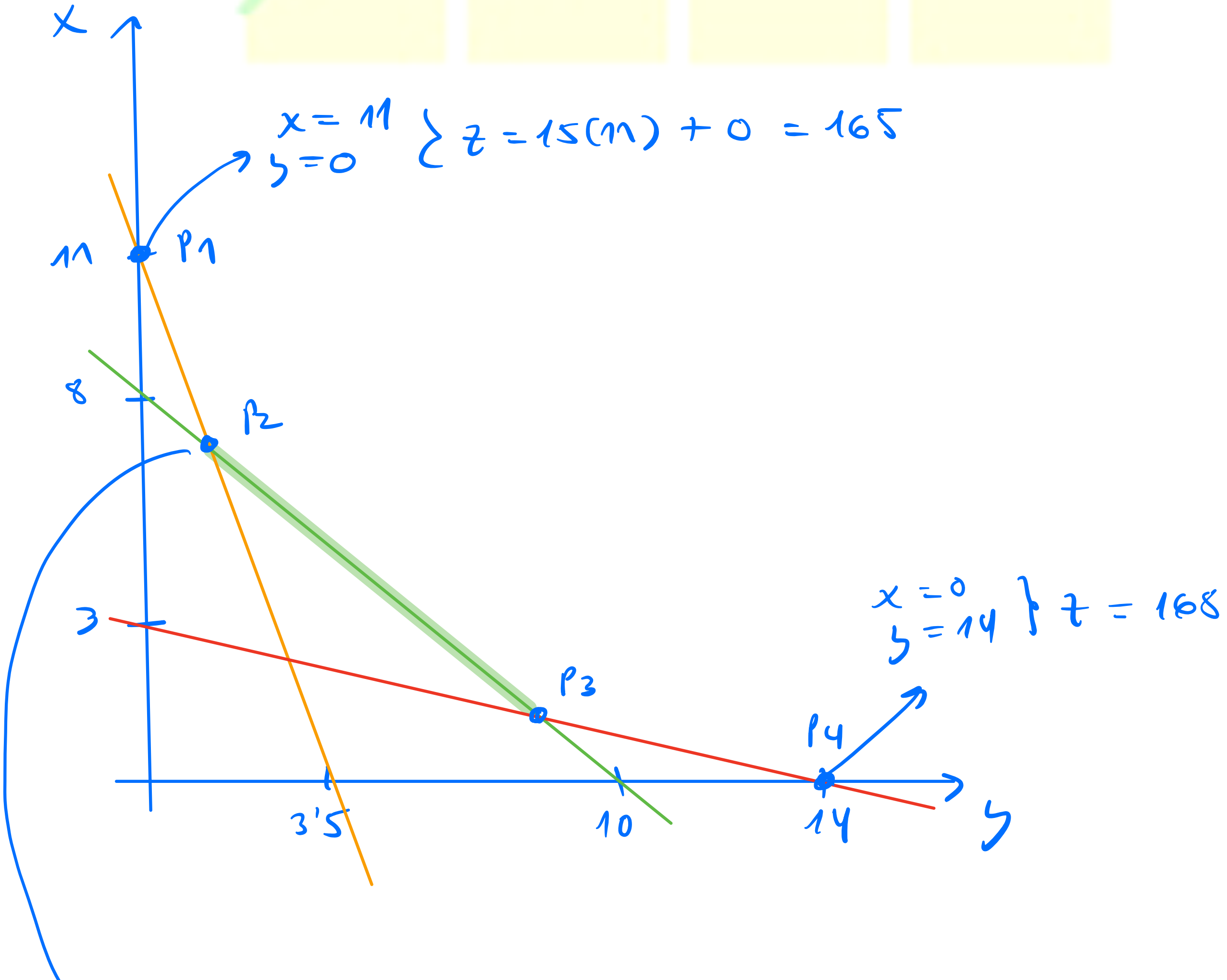
c) La única solución es: $x = 2{,}04$; $y = 4{,}48$

d) Ninguna de las otras

(1) $x = 0$ $y = 5'5$
$y = 0$ $x = 11$

(2) $x = 0$ $y = 10$
$y = 0$ $x = 8$

(3) $x = 0$ $y = 14$
$y = 0$ $x = 3$



P_2 $\quad 4x + 8y = 44 \longrightarrow x = \dfrac{44 - 8y}{4} = 11 - 2y$

$5x + 4y = 40$

$5(11 - 2y) + 4y = 40$

$55 - 10y + 4y = 40$

$15 = 6y \longrightarrow y = 2'5$

$x = 6$

$z = 15(6) + 12(2'5)$

$= 120$

P_3

$5x + 4y = 40 \longrightarrow x = 8 - 0'8y$

$14x + 3y = 42$

$14(8 - 0'8y) + 3y = 42$

$y = 8'5366..$

$x = 1'1707$

$z = 120$

7. El método PERT

7.1. Concepto. El PERT en la planificación de proyectos

El método PERT (*Program Evaluation and Review Techinique*) es un instrumento al servicio de la toma de decisiones que permite la planificación, ejecución y control de proyectos que requieren la coordinación de un gran número de actividades entre las que existen relaciones de precedencia y que se han de realizar en un tiempo limitado y con unos medios también limitados.

En el PERT el proyecto viene dado y lo que se ha de estudiar es la forma más económica de llevarlo a cabo.

El PERT es un instrumento de programación temporal que requiere:

1. Relacionar el conjunto de actividades que se ha de realizar.
2. Estimar el tiempo que requiere cada una de ellas.
3. Determinar el orden en el que se han de realizar las actividades.

El método PERT obliga a identificar las integran el proyecto, resaltando las dependencias y condicionamientos existentes entre ellas, así como sus duraciones.

7.2. La tabla de precedencias

Uno de los objetivos del PERT es anticipar la duración mínima del proyecto. Otro es determinar qué actividades son las críticas (cuales tienen que ser objeto de mayor control por ser actividades cuyo retraso provocaría una elevación del tiempo total).

Ejemplo:

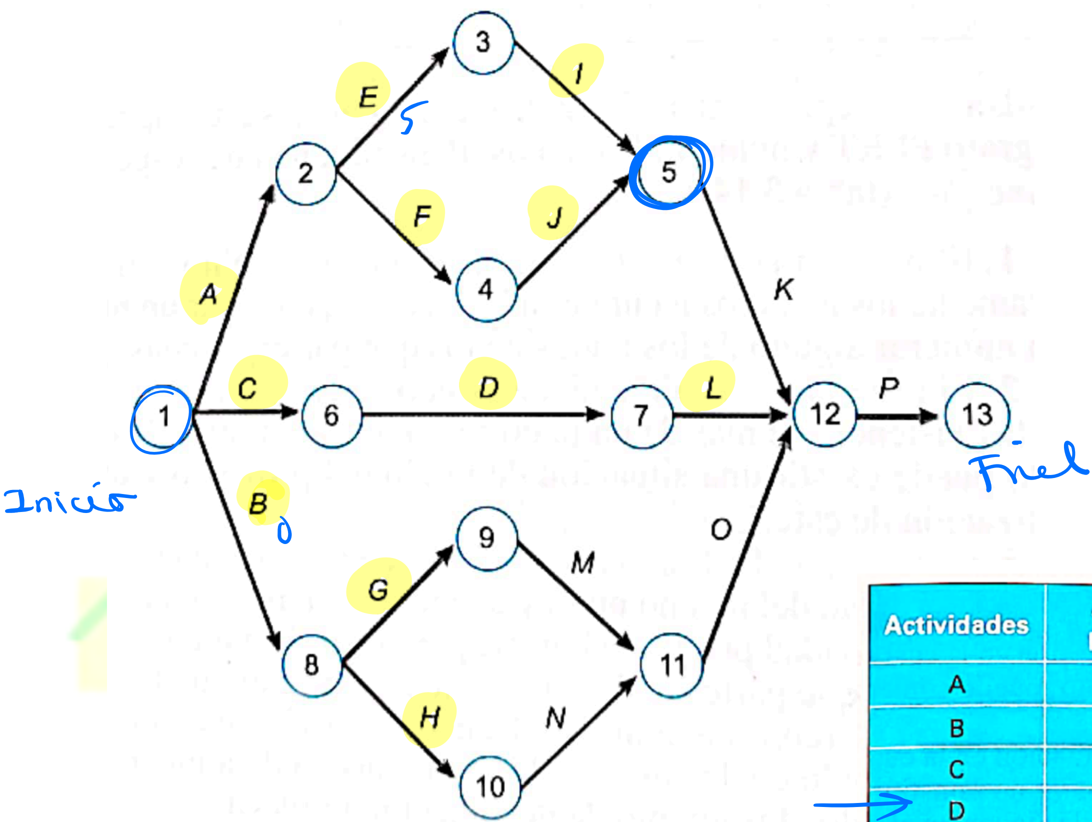
Actividades	Actividades precedentes
A	–
B	–
C	–
D	C
E	A
F	A
G	B
H	B
I	E
J	F
K	I, J
L	D
M	G
N	H
O	M, N
P	K, L, O

7.3. La representación de los estados y de las actividades

El gráfico PERT está formado por nudos y flechas:

- Los nudos (vértices) representan estados o situaciones. El primer nudo representa el estado de comienzo del proyecto.
- Las flechas (aristas y arcos) representan las actividades del proyecto, siempre se orientan hacia la derecha. Cada flecha debe tener un nudo de origen (representa la situación en la cual se han finalizado las actividades precedentes) y un nudo de destino.

Ejemplo;



Actividades	Actividades precedentes
A	–
B	–
C	–
D	C
E	A
F	A
G	B
H	B
I	E
J	F
K	I, J
L	D
M	G
N	H
O	M, N
P	K, L, O

INFO@ADEFACIL.COM | 600 816 978 |

7.4. Los tiempos early y last

El gráfico PERT proporciona información acerca de la duración total de un proyecto. Cada una de las flechas del gráfico se señala la duración de la actividad que representa y se puede calcular los tiempos:

- **Tiempo Early de un nudo**: tiempo mínimo necesario para alcanzar la situación representada por ese nudo. Es la duración del camino más largo que conduce, desde el nudo inicial, a ese nudo.
- **Tiempo Last de un nudo** es el momento más tardío en el que es admisible llegar a la situación descrita por ese nudo de modo que no se retrase la ejecución del proyecto sobre el mínimo imprescindible.

7.5. Las oscilaciones de los nudos y las holguras de las actividades. El camino crítico

Después de calcular los tiempos early y last veremos que existen ciertos márgenes sobrantes de tiempo. A la diferencia entre el tiempo last y el tiempo early de un nudo se le denomina **oscilación del nudo.**

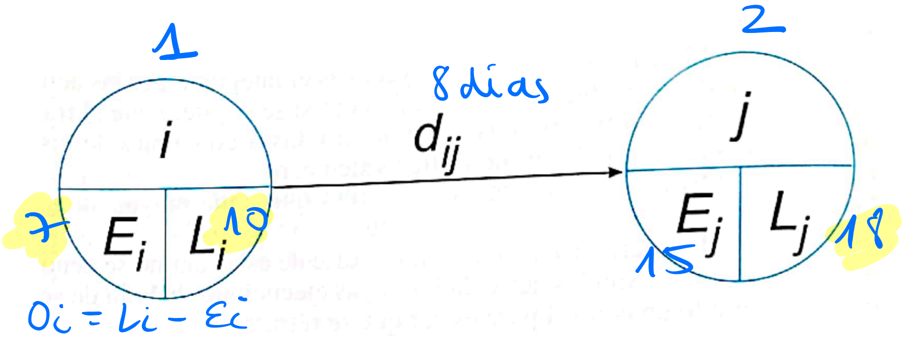
El **camino crítico** está integrado por las actividades en las que no debe producirse ninguna demora si se requiere que el trabajo se termine en el tiempo mínimo posible. Por ello, las oscilaciones de los nudos que se encuentran en el camino crítico valen cero. El camino crítico es el camino que tiene mayor duración entre los que unen el primer nudo y el último. Las actividades que forman parte de este camino se denominan actividades críticas.

Por otro lado, las actividades que no son críticas tienen cierto margen, u holgura, para su ejecución. Se distinguen los siguientes tipos de holgura:

- **Holgura total**: margen de tiempo sobrante suponiendo que la situación representada por el nudo de origen se llaga lo más pronto posible y que la del de destino se llega lo más tarde que es admisible. ($H_T = L_j - E_i - d_{ij}$) $= 18 - 7 - 8 = 3$

- **Holgura libre:** margen de tiempo sobrante suponiendo que el nudo de origen se alcanza lo más pronto posible y que al de destino se llega también lo más pronto posible. ($H_L = E_j - E_i - d_{ij}$)
$15 - 7 - 8 = 0$

- **Holgura independiente**: margen que sobra suponiendo que al nudo de origen se llega lo más tarde que es admisible y que al de destino se llega lo más pronto posible. ($H_I = E_j - L_i - d_{ij}$) 2



$15 - 10 - 8$
$= -3$

Derivado de las fórmulas anteriores podemos obtener también:

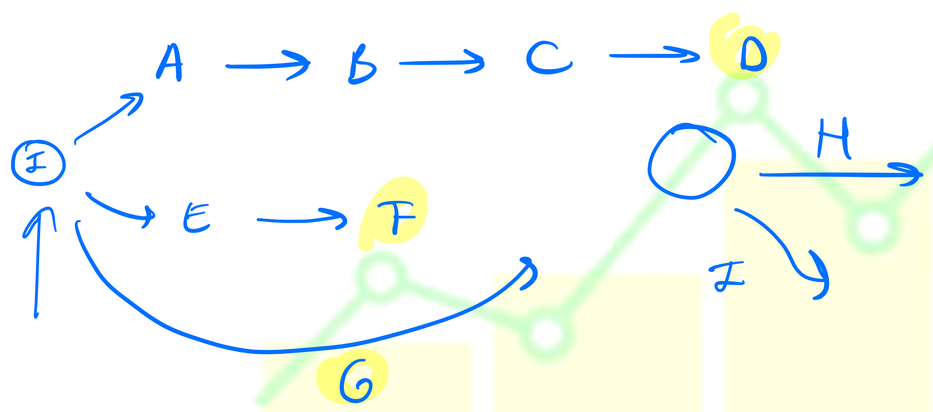
$$O_j = L_j - E_j$$

$$H_T - O_j = L_j - E_i - d_{ij} - L_j + E_j = H_L$$

$$H_I = H_T - O_j - O_i$$

Problema 1.6.1 El método PERT. Representación del grafo

Para que la empresa de asesoramiento fiscal Evasiuned, S. A., pueda comenzar sus actividades, dos obreros, apodados *X* e *Y*, han de acondicionar el local que se utilizará como oficina. El obrero *X* se encargará de efectuar un alisado del piso (operación *A*), de enmaderarlo (operación *B*), de lijarlo (operación *C*) y de barnizarlo (operación *D*). Mientras *X* realiza esas operaciones, independientemente, *Y* alisará las paredes (operación *E*) y las pintará (operación *F*). Cuando ambos hayan concluido esas tareas, y se haya recibido el mobiliario (cuyo transporte es la actividad *G*), entre los dos se encargarán de colocarlo (operación *H*) mientras otro obrero, *Z*, realiza la limpieza del local y del mobiliario (operación *I*). Se desea representar el grafo PERT de estas operaciones.



Problema 1.6.2 El método PERT. Los tiempos *early* y el camino crítico

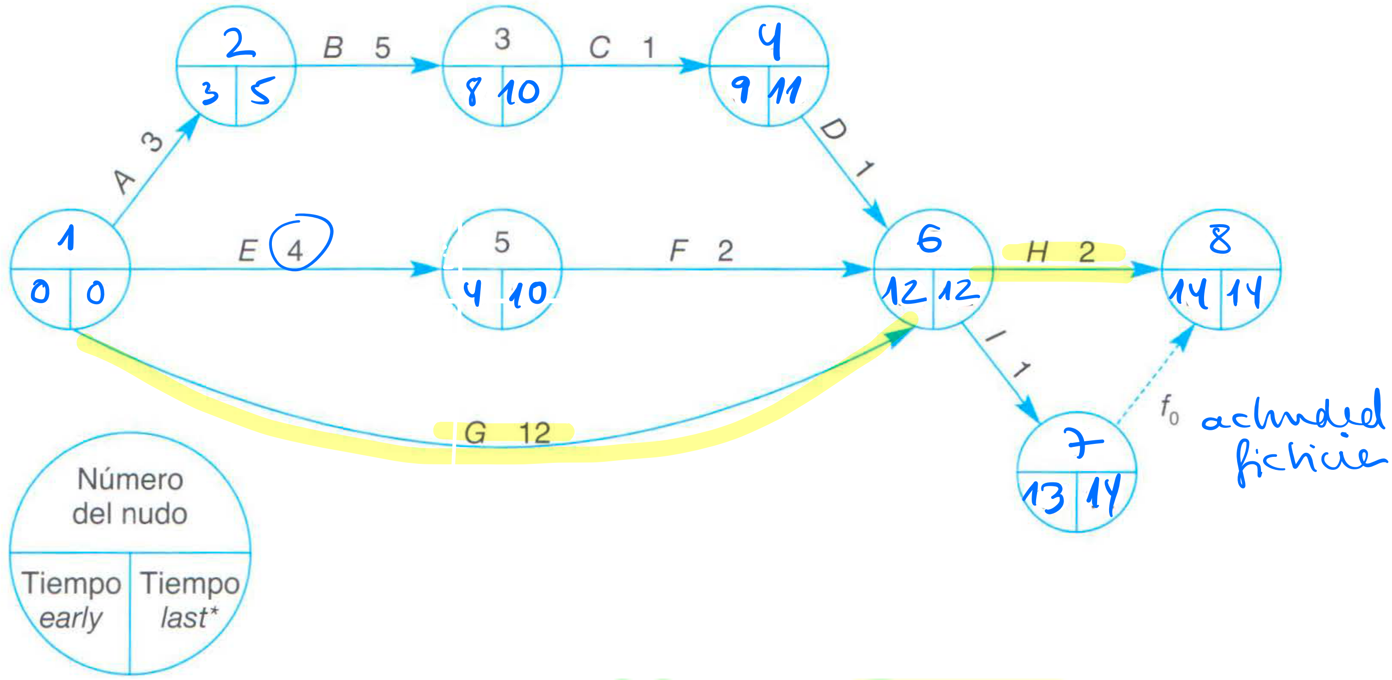
Los operarios *X* e *Y*, encargados del acondicionamiento de los locales de Evasiuned, a los que se refería el problema anterior, en base a su amplia experiencia en este tipo de trabajos pueden precisar los tiempos que necesitarán para cada una de las actividades que lo integran y han afirmado que son los de la tabla 1.40.

ACTIVIDAD	TIEMPO NECESARIO (DÍAS)
A	3
B	5
C	1
D	1
E	4
F	2
H	2

A–D: op. X
E–F: op. Y
H: op. X + Y

G → 12 días
I = 1 día

El transportista del mobiliario se ha comprometido a servirlo al cabo de 12 días y el operario *Z* tardará un día en realizar la limpieza del mobiliario y del local. ¿Cuál es el tiempo mínimo imprescindible para poder alcanzar cada una de las situaciones descritas por los nudos del grafo PERT y para que la empresa pueda comenzar sus actividades? ¿Qué actividades requieren mayor control si no se desea que se retrase la ejecución del trabajo sobre el mínimo imprescindible?


1
0 0
A 3
2
3 5
B 5
3
8 10
C 1
4
9 11
D 1
E 4
5
4 10
F 2
6
12 12
H 2
8
14 14
G 12
I 1
7
13 14
f_0
actividad ficticia
Número del nudo
Tiempo early
Tiempo last*

8. Los gráficos de Gantt

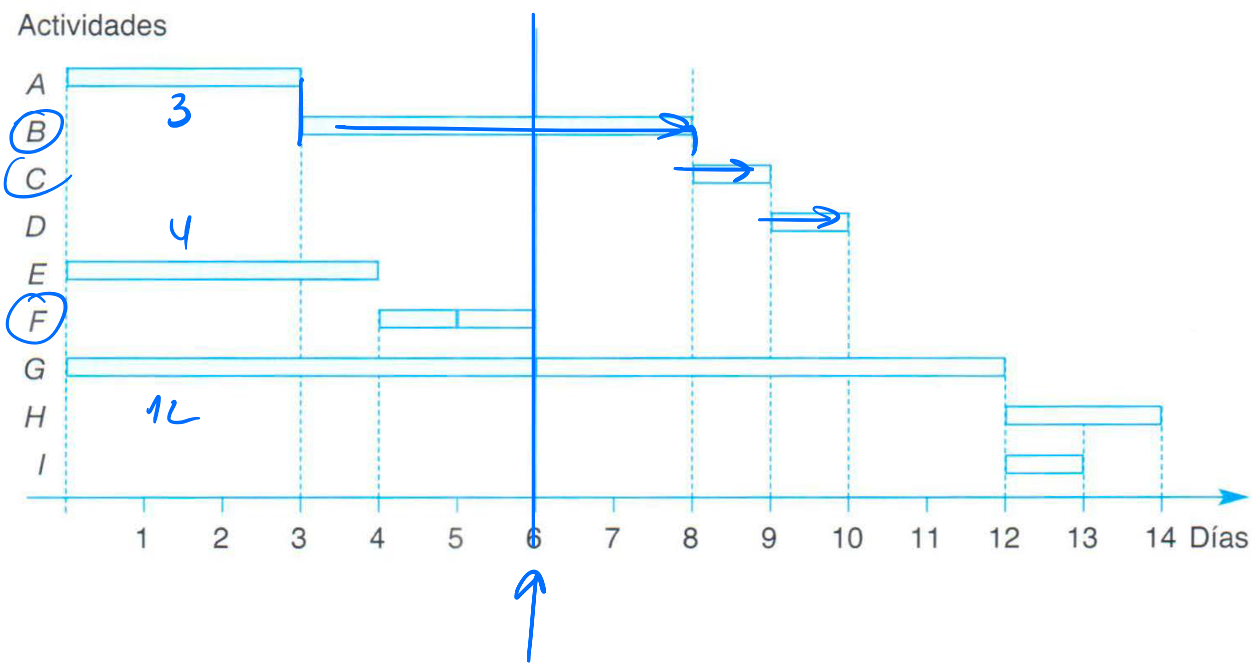
Las técnicas más elementales de programación temporal de actividades son los denominados **gráficos de control,** entre los cuales quizá sea el gráfico de Gantt el más empleado.

Creado por Harry L. Gantt, es un sencillo instrumento de control consistente en representar en el eje de abscisas el tiempo o las fechas de realización del proyecto, y en el de ordenadas las actividades que lo integran.

Con barras horizontales se reflejan los tiempos precisos para realizar las tareas. Cada barra tiene una longitud directamente proporcional a su duración y comienza en el momento de la iniciación de la tarea que representa, finalizando en el de su terminación.

Problema 1.6.5 El método PERT y el gráfico de Gantt

Han transcurrido 6 días desde el comienzo de las operaciones de acondicionamiento del local de Evasiuned, al que se refieren los problemas anteriores, y el operario *X* ya ha terminado de alisar el piso (operación *A*) y de enmaderarlo (operación *B*), mientras que el operario *Y* terminó de alisar las paredes (operación *E*) y ha pintado (operación *F*) la mitad de ellas. El mobiliario se encuentra a mitad de camino entre su origen y el local de Evasiuned. Se desea representar el gráfico de Gantt de este trabajo indicando la situación de las operaciones al final del sexto día de su ejecución.



INFO@ADEFACIL.COM | 600 816 978 |

9. El método PERT en incertidumbre

El método PERT en incertidumbre se aplica cuando no se puede prever las duraciones de las actividades, pero se suponen conocidas sus distribuciones de probabilidad.

Un experto en una actividad puede aventurar fácilmente una duración optimista (t_o), una duración normal o más probable (t_m) y una duración pesimista (t_p).

En la aplicación del PERT se supuso que la duración de cada actividad (d) es una variable aleatoria que se ajusta a cierta distribución de probabilidad (distribuciones beta), cuya esperanza matemática es:

$$\boxed{E(d) = \frac{1 t_o + 4 t_m + t_p 1}{6}}$$

Problema 1.6.43 El método PERT en incertidumbre

Una vez determinado el camino crítico de un proyecto, resulta estar formado por 100 actividades, de las cuales:

- 20 actividades tienen una duración optimista de 4 días, un tiempo más probable de 6 días y un tiempo pesimista de 7 días.
- 80 actividades tienen una duración optimista de 15 días, un tiempo más probable de 18 días y un tiempo pesimista de 20 días.

Se desea conocer la duración esperada del proyecto.

$$E(d) = \frac{4 + 4 \cdot 6 + 7}{6} = 5'8333 \text{ días} \quad (20)$$

$$E(d) = \frac{15 + 4 \cdot 18 + 20}{6} = 17'813 \text{ días} \quad (80)$$

$$E(D) = (20 \cdot 5'8333) + (80 \cdot 17'833)$$

$$= 1.543'33 \text{ días}$$

10. El PERT-coste

El PERT-coste es una extensión del PERT-tiempo en el que se consideran explícitamente los costes.

Por regla general, las duraciones de las actividades se pueden modificar en función de los costes en que se esté dispuesto a incurrir. Los costes pueden ser:

1. **Costes directos**. Aquellos que se pueden imputar claramente a las actividades que los generan. Los costes directos aumentan a medida que se reducen sus duraciones.
2. **Costes indirectos**. Por no estar vinculados a la producción, sino al tiempo, se imputan a la generalidad del proyecto, y no a las actividades en concreto. Los costes indirectos aumentan a medida que aumenta la duración del proyecto.

Los costes directos de las actividades aumentan a medida que se reducen sus duraciones y los costes indirectos son tanto mayores cuanto mayor sea la duración del proyecto. Si c_n es el coste directo correspondiente a la duración normal (t_n), de cierta actividad, y sea c_e el coste directo correspondiente a su duración extrema o de urgencia, (t_e). El coeficiente;

$$\frac{\overset{100€ - 80€}{c_e - c_n}}{\underset{10 - 8}{t_n - t_e}} = \frac{20}{2} = 10€$$

Es el importe en el que se modifca el coste directo de esa actividad al modificarse su duración en una unidad de tiempo. A ese importe se le denomina coeficiente de costes PERT de dicha actividad.

11. La ponderación de factores

En muchas ocasiones, el decisor ha de elegir entre varias alternativas teniendo en cuenta diversos factores cuya importancia difiere, que se encuentran presentes en diferente medida en cada una de las alternativas de decisión.

La ponderación de factores es un método de decisión basado en consideraciones subjetivas. Para elegir la mejor alternativa este método requiere seguir las siguientes etapas:

1. Enumerar los "m" factores que deben considerarse en la decisión.
2. Asignar a cada factor "i" un coeficiente de ponderación Wi, dependiendo de su importancia en el total.
3. Evaluar cada alternativa de decisión "j" en cada uno de los factores y en una escala comprendida, por ejemplo, entre 1 y 10.
4. Determinar la puntación de cada alternativa, T_j, totalizando las puntuaciones ponderadas de los factores.
5. Seleccionar la alternativa a la que corresponda la mayor puntuación.

	1	2	3	4
precio → 30%	10	8	7	5
m2 → 20%	7			
nº hab. → 10%	8			
ubicación → 40%	6			
	x	x	x	x

$(30\% \cdot 10) + (7 \cdot 20\%) \ldots$