INFO@ADEFACIL.COM
Elena Gonzalo
671 227 871

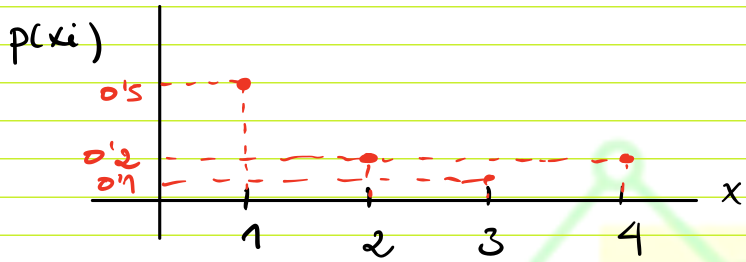
T1. VARIABLES ALEATORIAS

- variables aleatorias discretas
- variables aleatorias continuas

1) V. A Discretas

x_i	1	2	3	4
$p(x_i)$	0'5	0'2	0'1	0'2

$\rightarrow \sum p(x_i) = 1$



	$p(x_i)$
$x = 1$	0'5
$x = 2$	0'2
$x = 3$	0'1
$x = 4$	0'2
	1

* Función probabilidad o cuantía

$$0 \leq p(x_i) \leq 1$$

$$\sum p(x_i) = 1$$

* Función Distribución de probabilidad

x_i	1	2	3	4
$p(x_i)$	0'5	0'2	0'1	0'2
$F(x_i)$	0'5	0'7	0'8	1

$$F(x) = p(X \leq x)$$

INFO@ADEFACIL.COM

Elena Gonzalo
671 227 871

PROPIEDADES.

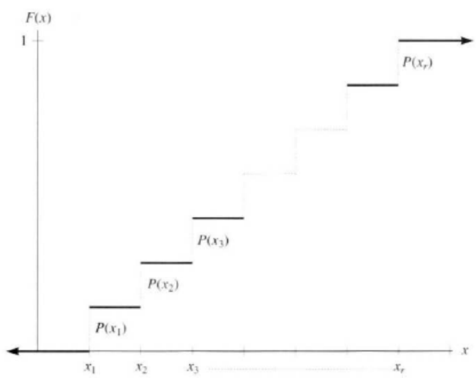
a) $F(-\infty)=0 \qquad F(+\infty)=1$

b) $P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$

c) La función es monótona no decreciente.

d) La función es continua por la derecha.

Función Distribución



x_i	1	2	3	4
$p(x_i)$	0'5	0'2	0'1	0'2
$F(x_i)$	0'5	0'7	0'8	1

- $p(X=2) = 0'2$
- $p(X \leq 2) = p(X=1) + p(X=2) = F(2) = 0'7$
- $p(X<2) = p(X=1) = F(1) = 0'5$
- $p(2 \leq X \leq 4) = \underbrace{p(X=2)}_{0'2} + \underbrace{p(X=3)}_{0'1} + \underbrace{p(X=4)}_{0'2} = 0'5$

Elena Gonzalo
671 227 871

- $p(2 \leq x \leq 4) = F(4) - F(1)$

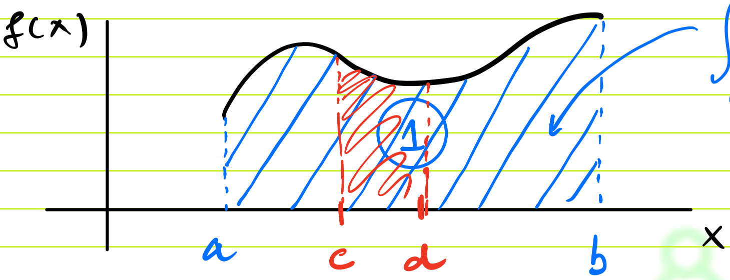
$\cancel{1}, 2, 3, 4 \qquad \cancel{1}$

- $p(2 < x \leq 4) = p(x=3) + p(x=4) =$

$= F(4) - F(2)$

$\cancel{1}, \cancel{2}, 3, 4 \qquad \cancel{1}, \cancel{2}$

2) V. A. Continuas



$$\int_a^b f(x)\,dx = 1$$

* Función densidad

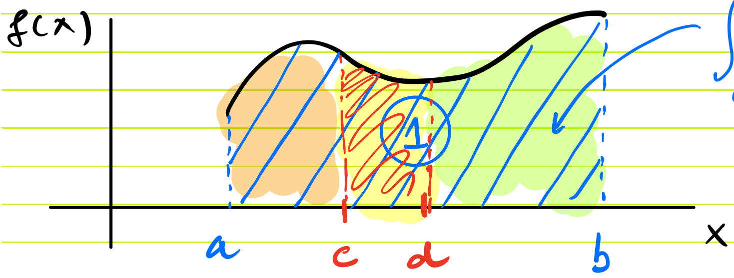
$$\boxed{\begin{array}{l} f(x) \geq 0 \quad \forall x \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \end{array}}$$

* Función probabilidad

la probabilidad no existe en un punto, solo está definida en un intervalo.

$p(X = c) = 0$

Elena Gonzalo
671 227 871



$$\int_a^b f(x)\,dx = 1$$

- $p(x \leq c) = p(x < c) = \int_a^c f(x)\,dx = F(c)$

- $p(c \leq x \leq d) = \int_c^d f(x)\,dx = F(d) - F(c)$

- $p(x > d) = \int_d^b f(x)\,dx = F(b) - F(d) = 1 - F(d)$

  $\llcorner$ $p(x > d) = 1 - p(x \leq d) = 1 - F(d)$

* **Función Distribución**

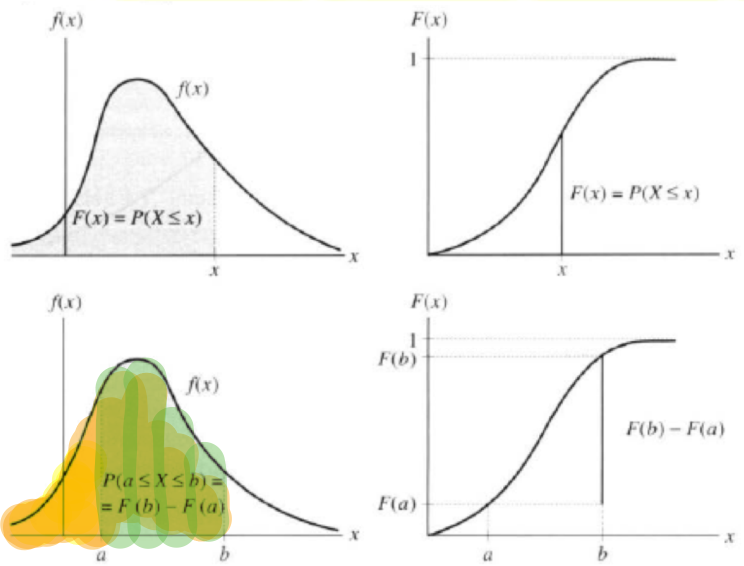
$$\boxed{F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad f(x) = F'(x)}$$

Elena Gonzalo
671 227 871

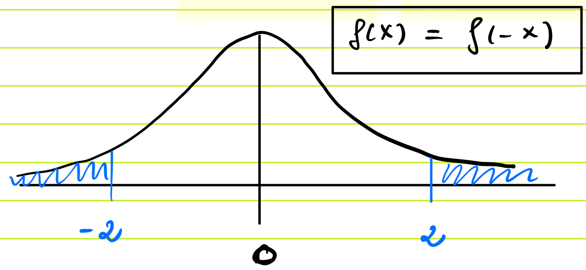
La función de distribución de una variable aleatoria continua es una función que verifica:

1. $F(-\infty) = 0$.
2. $F(+\infty) = 1$.
3. Es no decreciente, es decir: si $x_i < x_j$ entonces $F(x_i) \leqslant F(x_j)$.
4. $P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$.
5. La derivada de la función de distribución es la función de densidad:

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$



Función simétrica

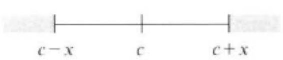


$F(-2) = 1 - F(2)$

$p(X < -2) = p(X > 2)$

Diremos que una variable aleatoria X es simétrica respecto de un punto c si se verifica:

$$P(X \leqslant c - x) = P(X \geqslant c + x) \quad \forall\, x$$



O bien, si expresamos esta definición por medio de la función de distribución, entonces diremos que la variable aleatoria X tiene una distribución simétrica respecto del punto c, si se verifica:

$$F(c - x) = 1 - F(c + x) + P(X = c + x), \quad \forall\, x$$

Elena Gonzalo
671 227 871

Elena Gonzalo
671 227 871