

## CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS

CONTRASTES DE BONDAD DE AJUSTE:  $\left\{ \begin{array}{l} \cdot \text{Bondad ajuste } \chi^2 \\ \cdot \text{K-S} \\ \cdot \text{Normalidad de Lilliefors} \end{array} \right.$

### 1. CONTRASTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

- El contraste de Kolmogorov-Smirnov es un contraste no paramétrico de bondad del ajuste.
- **Idea básica:** Se utiliza para contrastar si un conjunto de datos muestrales pueden considerarse procedentes de una distribución determinada (normal, exponencial...).
- **Hipótesis del contraste:**  $\hookrightarrow$  distribución continua
  - $H_0: F_n(X) = F_0(X)$      $H_0: F_n(X) \geq F_0(X)$      $H_0: F_n(X) \leq F_0(X)$
  - $H_1: F_n(X) \neq F_0(X)$      $H_1: F_n(X) < F_0(X)$      $H_1: F_n(X) > F_0(X)$
- **Uso:** Es una alternativa a la prueba Chi-cuadrado cuando el modelo propuesto bajo la hipótesis nula es de tipo continuo y el tamaño muestral es pequeño. Este contraste no requiere que las observaciones muestrales se agrupen en intervalos o clases; aunque exige que los parámetros de la distribución teórica sean conocidos.

■ **Lógica:** Habrá evidencias para rechazar la hipótesis nula cuando la discrepancia medida por medio de la diferencia entre  $F_n(X)$  y  $F_0(X)$  sea lo suficientemente grande.

■ **Pasos para resolución:**

- Cálculo de la  $F_n(X) = N(x)/n$ .
- Cálculo de la  $F_0(X)$  en los valores de la muestra de datos.
- Cálculo de  $|F_n(X) - F_0(X)|$ ,  $F_0(X) - F_n(X)$  o  $F_n(X) - F_0(X)$  según el contraste sea bilateral, unilateral por la izquierda o unilateral por la derecha.
- Cálculo del estadístico de contraste y determinación de la región crítica conforme a la tabla que se muestra a continuación:

$H_0$	$H_1$	Estadístico	Región crítica
$F_n(X)=F_0(X)$	$F_n(X)\neq F_0(X)$	$D_n=\max F_n(X)-F_0(X) $	$D_n>D_\alpha$ donde $P(D_n>D_\alpha/H_0)=\alpha$
$F_n(X)\geq F_0(X)$	$F_n(X)<F_0(X)$	$D_n^+=\max[F_0(X)-F_n(X)]$	$D_n^+>D_\alpha$ donde $P(D_n^+>D_\alpha/H_0)=\alpha$
$F_n(X)\leq F_0(X)$	$F_n(X)>F_0(X)$	$D_n^-=\max[F_n(X)-F_0(X)]$	$D_n^->D_\alpha$ donde $P(D_n^->D_\alpha/H_0)=\alpha$

Comparación contraste de Bondal ajuste de  $\chi^2$  }  $K-S$

$H_0$ : muestra se ajusta a la distribución teórica

$H_1$ : muestra NO se " " " "

1. Más complicado de aplicar  $\chi^2$  que  $K-S$

2.  $\chi^2$  - agrupamos en intervalos y clases  
 $K-S$  → se utilizan directamente las observaciones

3.  $\chi^2$  necesita de un tamaño muestral grande.  
 $K-S$  podemos tener un tamaño muestral pequeño.

4.  $\chi^2$  → permite que los parámetros poblacionales sean desconocidos.  
 $K-S$  → necesita conocer los parámetros poblacionales, a excepción de que sea una Normal.

5.  $\chi^2$  → distribuciones discretas como continuas  
 $K-S$  → solo distribuciones continuas.



## 2. CONTRASTES DE NORMALIDAD DE LILLIEFORS

- El contraste de normalidad de Lilliefors es un contraste no paramétrico de bondad del ajuste.
- **Idea básica:** Se utiliza para contrastar si un conjunto de datos muestrales pueden considerarse **procedentes de una distribución Normal**.
- **Hipótesis del contraste:**
  - $H_0: F_n(X) = F_0(X)$  tal que  $X \rightarrow N(\mu, \sigma)$ .
  - $H_1: F_n(X) \neq F_0(X)$  tal que  $X \rightarrow N(\mu, \sigma)$ .
- **Uso:** Esta prueba se utiliza cuando el modelo propuesto se caracteriza por que la hipótesis nula Normal, el tamaño muestral es pequeño y los parámetros de la distribución son desconocidos. Este contraste no requiere que las observaciones muestrales se agrupen en intervalos o clases.

- **Lógica:** Habrá evidencias para rechazar la hipótesis nula cuando la discrepancia medida por medio de la diferencia entre  $F_n(X)$  y  $F_0(X)$  sea lo suficientemente grande.

### ■ Pasos para resolución:

- Cálculo de la  $F_n(X) = N(x)/n$ .
- Cálculo de la  $F_0(X)$  en los valores de la muestra de datos. Se requiere tipificar la variable  $X$  si se va a emplear las tablas de la distribución Normal Tipificada.
- Cálculo de  $|F_n(X) - F_0(X)|$ .
- Cálculo del estadístico de contraste y determinación de la región crítica conforme a la tabla que se muestra a continuación:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X} \\ S^2 \rightarrow S \\ z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \end{array} \right\}$$

Contraste de normalidad de Lilliefors			
$H_0$	$H_1$	Estadístico	Región crítica
$F_n(X)=F_0(X)$	$F_n(X) \neq F_0(X)$	$D'_n = \max  F_n(X) - F_0(X) $	$D'_n > D'_\alpha$ donde $P(D'_n > D'_\alpha   H_0) = \alpha$

