Ejemplo 1: Demanda de tabaco

La ley de demanda nos dice que la cantidad demandada depende inversamente del precio del bien. El modelo de regresión simple se planeta de la siguiente forma:

$$cantidad = \beta_0 + \beta_1 precio + \varepsilon$$

disponemos de observaciones de precios medios de la cajetilla de 20 cigarrillos en euros y también del número de cajetillas consumidas por trimestre de la población española. La variable de cantidad se ha dividido por la población de cada año, por tanto estamos hablando de cajetillas de tabaco consumidas per cápita. La variable independiente está deflactada por el índice de precios al consumo (2005=1), de manera que el precio está en euros constantes de 2005. La regresión estimada es:

$$\widehat{(tabaco_t/pob_t)} = \underbrace{33,48}_{\hat{\beta}_0} \underbrace{-\ 8,98}_{\hat{\beta}_1} \cdot (precio_t/ipc_t),$$

$$n = 32, R^2 = 0,906.$$

$\rightarrow \hat{\beta}_1 = -8'98$

$\hookrightarrow$ lin - lin
Y_i X_i

La interpretación de la regresión es clara, por ejemplo, a un precio de 2 euros el modelo predice un consumo medio de 16 cajetillas (33,48-8,98x2 =15,52) por persona y trimestre. Si el precio se incrementa en un euro, ceteris paribus, el consumo se reduce en 9 (8,98) unidades. El R^2 = 0, 906 indica que la regresión explica el 90 % de la varianza del consumo per cápita de tabaco.

precio = 2 $\rightarrow$ $\widehat{tabaco} = 33'48 - 8'98 \cdot 2 = 15'52 \rightarrow 16$

2.2.2.1 Cambios de escala

Son cambios en las unidades de medida. Se pueden representar como:

$$w_1 Y_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 w_2 X_{1i} + \tilde{\varepsilon}_i,$$

Donde w_1 es el cambio de escala de la variable dependiente y w_2 el cambio de la variable independiente.

Se puede comprobar que la pendiente se ve afectada por los cambios de escala de ambas variables. El término constante y los errores estimados solo quedan afectados por el cambio de escala de la variable explicada.

$$\tilde{\beta}_1 = \frac{w_1}{w_2}\hat{\beta}_1$$

$$\tilde{\beta}_0 = w_1 \hat{\beta}_0,$$

$$\tilde{\varepsilon}_i = w_1 \hat{\varepsilon}_i.$$

Ejemplo 2: Los salarios de alta dirección de las empresas españolas

A partir de la media de los salarios anuales (en miles de euros) de alta dirección de las empresas que cotizaban en el IBEX en 2010, y de los beneficios de las empresas (en millones de euros) de ese mismo año, nos planteamos si los salarios de alta dirección están relacionados con los beneficios de la empresa. El modelo poblacional es:

$$salario = \beta_0 + \beta_1 beneficios + \varepsilon,$$

La estimación de la FRM: $\widehat{salario}_i = 296,362 + 0,267993 \cdot beneficios_i,$ → lin - lin

$$n = 31, R^2 = 0,786,$$

- El modelo explica el 78,6 % de los salarios. Un incremento de un millón de euros en los beneficios provoca un incremento de 0,268 miles de euros en los salarios.

➢ Si estimamos los beneficios en miles de millones:

Beneficios — millones €

Beneficios' — miles de millones de €

$$Beneficios' = \frac{1}{1000} \cdot Beneficios \quad (w_2)$$

$$\tilde{\beta}_1 = \frac{1}{1/1000} \cdot \hat{\beta}_1 = 1000 \cdot \hat{\beta}_1 = 1000 \cdot 0'267993 = 267'993$$

$$\tilde{\beta}_0 = \hat{\beta}_0 = 296'362$$

- Si estimamos los beneficios en miles de millones:

$$\widehat{salario}_i = 296,362 + 267,99 \cdot (beneficios_i/1000),$$
$$n = 31, R^2 = 0,786.$$

- Se ha hecho un cambio de escala (dividir por 1000) en la variable independiente (beneficios), esto provoca una modificación de la pendiente de la variable beneficios, ésta queda multiplicada por mil, el incremento de mil millones de euros de beneficios produce un incremento salarial de 267,99 miles de euros. El término constante y el coeficiente R^2 comprobamos que no varía.

- Si expresamos la variable dependiente en euros y los beneficios en millones entonces:

$\underline{\text{salarios}}$ $\longrightarrow$ $\underline{\text{salarios}'}$

miles €   €

$$\text{salarios}' = \overset{w_1}{1000} \cdot \text{salarios}$$

$$\tilde{\beta}_1 = 1000 \cdot \hat{\beta}_1 = 1000 \cdot 0'267993 = 267'993$$

$$\tilde{\beta}_0 = 1000 \cdot \hat{\beta}_0 = 1000 \cdot 296'362 = 296362$$

$$\tilde{\varepsilon}_i = 1000 \cdot \hat{\varepsilon}_i$$

$$(\widehat{salario}_i \cdot 1000) = 296362 + 267,99 \cdot (beneficios_i),$$

El término constante se ha multiplicado por mil (296,362x1000 = 296.362), la pendiente se ha multiplicado por mil respecto de la expresiones anteriores. El modelo prevé un sueldo medio de alta dirección de 296.362 euros, y además nos indica que en promedio el sueldo aumenta 267,99 euros por cada millón de euros de beneficios.

- Análisis del modelo logarítmico (log-log)

En los modelos log-log todas las variables están transformadas logarítmicamente,

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X + \varepsilon$$

si ahora consideramos la variación en lnY ante un cambio en la variable en lnX, diferenciando tenemos:

$$\frac{dY}{Y} = \beta_1 \frac{dX}{X}$$ y operando: $$\beta_1 = \frac{\frac{dY}{Y}}{\frac{dX}{X}} \approx \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}}$$

de manera que cuando las variables están en logaritmos la pendiente es directamente la elasticidad media:

$$\Delta Y\% = \beta \Delta X\%$$