



La restricción presupuestaria

Un modelo que sirve para explicar qué puede comprar y qué no puede comprar cualquier consumidor, con unos precios (lo que cuesta cada bien) y una renta (el dinero que tiene el consumidor para gastar).

2 bienes de consumo

Precio del bien 1: p_1

Precio del bien 2: p_2

Renta del consumidor: m

El consumidor dedica su renta disponible a la compra de los dos bienes.

x_1 es la cantidad demandada del bien 1.

x_2 es la cantidad demandada del bien 2.

Ambas cantidades se pueden representar como $x = (x_1, x_2) \rightarrow$ cesta de consumo.

Una cesta de consumo indica conjuntamente una cantidad demandada del bien 1 (x_1) y una cantidad demandada del bien 2 (x_2).

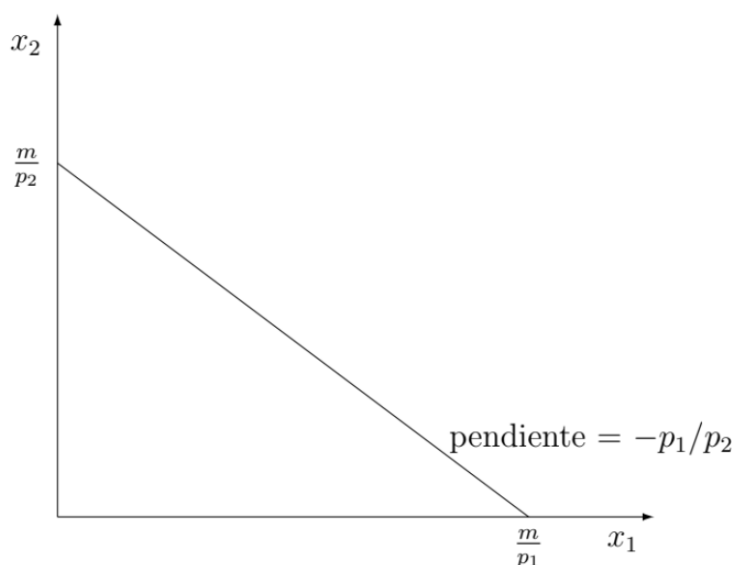
La cesta de consumo x es factible si, dados los precios p_1 y p_2 y la renta disponible m , el coste de dicha cesta es menor o igual que su renta disponible:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$

Esta ecuación se conoce como **restricción presupuestaria** del consumidor.

El **conjunto presupuestario** es el conjunto de todas las cestas factibles. El consumidor puede gastar toda su renta o una cantidad menor (por eso el signo es menor o igual).

La **recta de balance** (**recta presupuestaria**) es el conjunto de todas las cestas de consumo donde el consumidor gasta toda su renta. En la recta de balance se cumple estrictamente $p_1x_1 + p_2x_2 = m$.





La abscisa en el origen es igual a m/p_1 . Esto quiere decir que, si el consumidor consumiera solamente el bien 1, podría adquirir m/p_1 unidades.

La ordenada en el origen es m/p_2 . Si el consumidor consumiera solamente el bien 2, podría adquirir m/p_2 unidades.

El valor de **la pendiente de la recta de balance** ($-p_1/p_2$) se obtiene despejando el valor de x_2 en la restricción presupuestaria.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \rightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$$

La pendiente de la recta de balance se explica, en términos económicos, como el **coste de oportunidad** de consumir una unidad adicional del bien 1. El coste de oportunidad se entiende como la cantidad del bien 2 a la que habría que renunciar para poder adquirir esa unidad adicional del bien 1.

Sea $p_1=20$ el precio de una cena en un restaurante y $p_2=10$ el precio de una entrada en un museo. También suponemos que el consumidor tiene una renta $m=120$.

¿Cuál es la cantidad máxima que puede demandar de cenas en el restaurante (bien 1)?

Si solo consumiera el bien 1, podría demandar m/p_1 unidades, es decir, $120/20 = 6$ cenas.

¿Cuál es la cantidad máxima que puede demandar de entradas al museo (bien 2)?

Si solo consumiera el bien 2, podría demandar m/p_2 unidades, es decir, $120/10 = 12$ entradas.

¿Cuál es la pendiente de la recta de balance y qué quiere decir en términos de coste de oportunidad?

La pendiente de la recta de balance es $-p_1/p_2$. En este caso $-20/10 = -2$. Esto quiere decir que para poder demandar una cena más debe renunciar a 2 entradas al museo.

¿Es la cesta (2,6) factible?

Si sustituimos los valores indicados en la restricción presupuestaria, vemos que $20 * 2 + 10 * 6 = 100 < 120$. Por tanto, la cesta (2,6) es factible, perteneciendo al conjunto presupuestario.

¿Y la cesta (6,2)?

Si repetimos el mismo cálculo con dicha cesta, observamos que $20 * 6 + 10 * 2 = 140 > 120$, por lo que esta cesta no es factible, ya que cuesta más de la renta disponible del consumidor.





¿Y la cesta (4,4)?

Si tenemos en cuenta esta cesta, observamos que $20 * 4 + 10 * 4 = 120$. Dicha cesta es factible y además satisface la igualdad de la restricción presupuestaria, por lo que se encuentra en la recta de balance.

¿Cómo sabemos si una cesta es factible o no factible?

Depende del coste de la cesta.

Factible: cumple la restricción presupuestaria, es decir, el coste de la cesta es MENOR o IGUAL a la renta del consumidor.

No factible: no cumple la restricción presupuestaria, es decir, el coste de la cesta es MAYOR que la renta.

¿Cómo sabemos si una cesta factible está situada en la recta de balance o por debajo de esta?

Las cestas que se encuentran sobre la recta presupuestaria agotan la renta del consumidor, es decir, $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Si una cesta cuesta lo mismo que la renta del consumidor se encontrará situada sobre la recta de balance o recta presupuestaria.

Dibuja la recta de balance y las tres cestas mencionadas



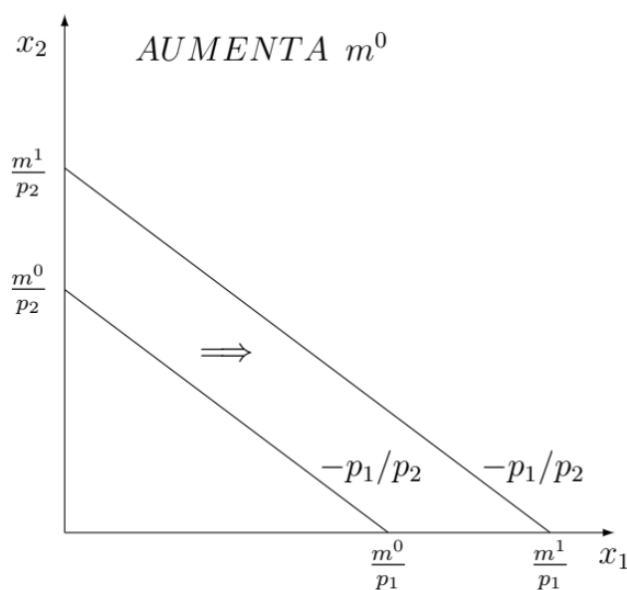


Variaciones en la renta

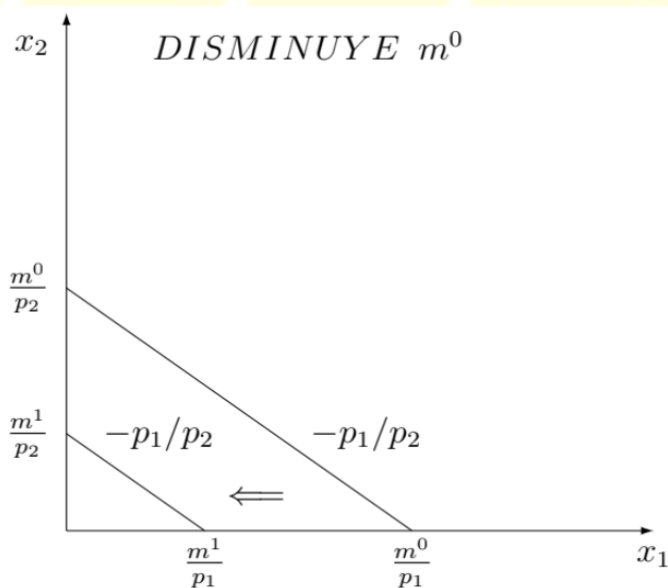
Para estudiar el efecto de un cambio de la renta sobre el conjunto presupuestario, supongamos que el consumidor tiene una renta disponible inicial igual a m^0 .

El cambio de la renta disponible provoca una variación de los valores del origen de la recta de balance pero no afecta a su pendiente. Es decir, ante un cambio de la renta disponible del consumidor habrá un desplazamiento de la recta de balance.

Si $m^1 > m^0$: un aumento de la renta disponible desplaza la recta de balance hacia la derecha, puesto que aumenta el poder de compra del consumidor.



Si $m^1 < m^0$: una reducción de la renta disponible desplaza la recta de balance hacia la izquierda, puesto que disminuye el poder de compra del consumidor.





Un consumidor tiene una renta disponible inicial de 100 euros ($m^0 = 100$). Se enfrenta a dos bienes cuyos precios son $p_1 = 2, p_2 = 5$. Dibuje la recta de balance, identificando el valor de la pendiente.

Haga lo mismo para $m^1 = 200$ y para $m^1 = 50$.





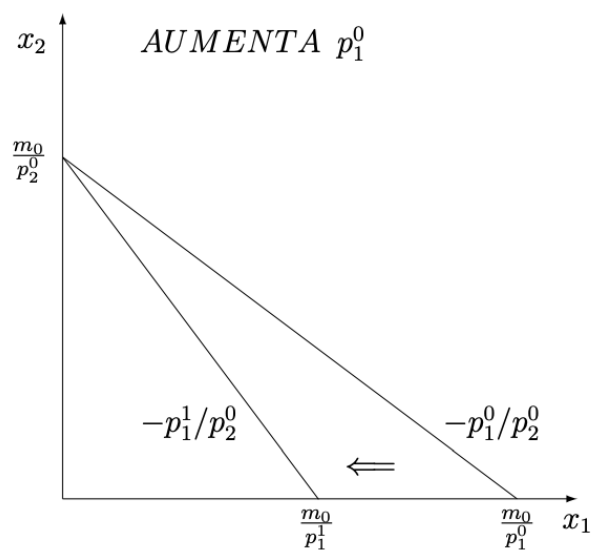
Variaciones en los precios

Supongamos que sube el precio del bien 1 y que el precio del bien 2 y la renta permanecen fijos.

Según la ecuación $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$ la subida de p_1 no altera la ordenada en el origen, pero hace que la recta presupuestaria sea más inclinada.

Es decir, si una persona gasta toda su renta en el bien 2, la subida del precio del bien 1 no altera la cantidad máxima que puede comprar del bien 2 (misma ordenada en el origen).

Pero la subida del precio del bien 1 si afecta a dicho bien, que se encarece, por lo que disminuye la capacidad de compra del consumidor.



Si el bien 1 se abarata, ocurre lo contrario. La recta de balance se abriría hacia la derecha, aumentando el poder de compra de dicho bien y disminuyendo la pendiente de la recta de balance.





Supongamos que sube el precio del bien 2, permaneciendo fijos el precio del bien 1 y la renta del consumidor.

Según la ecuación $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$ la subida de p_2 modifica tanto la ordenada en el origen como la pendiente de la recta de balance.

Si sube el precio del bien 2, se reduce el poder de compra de dicho bien, por lo que la ordenada en el origen será menor, es decir, la recta de balance se hace más plana, reduciendo su pendiente.

Si baja el precio del bien 2, aumenta el poder de compra de dicho bien, por lo que la ordenada en origen será mayor, es decir, la recta de balance se hace más inclinada, aumentando su pendiente.

Suponga un consumidor con una renta de 100 euros ($m = 100$). Desea consumir dos bienes cuyos precios son $p_1^0 = 1$ y $p_2^0 = 2$. Dibuje la recta de balance y calcule el valor de la pendiente.

¿Qué ocurre si $p_1^1 = 2$?

¿Qué ocurre si $p_2^1 = 1$?





Las preferencias del consumidor

¿Cómo seleccionan los consumidores las cestas de mercado? ¿Cómo deciden, por ejemplo, la cantidad de alimentos que compran mensualmente frente a la de ropa? Aunque la selección a veces puede parecer arbitraria, los consumidores normalmente seleccionan las cestas de mercado que mejoran lo máximo posible su bienestar.

Imaginemos que nuestra cesta de consumo X está formada por dos bienes $(x_1; x_2)$.

Supondremos que, dadas dos cestas de consumo cualesquiera $(x_1; x_2)$ y $(y_1; y_2)$, el consumidor puede ordenarlas según su atractivo (puede decidir que una de ellas es mejor que la otra o que le son indiferentes).

$$\begin{aligned}(x_1; x_2) > (y_1; y_2) &\rightarrow \text{el consumidor prefiere estrictamente } X \text{ a } Y \\(x_1; x_2) \sim (y_1; y_2) &\rightarrow \text{el consumidor es indiferente entre } X \text{ e } Y\end{aligned}$$

Axiomas de las preferencias

Completitud: el consumidor es capaz de comparar dos cestas cualesquiera y preferir una de ellas o ser indiferente a ambas.

Reflexividad: cualquier cesta es, al menos, tan buena como ella misma.

Transitividad: si $X > Y$ e $Y > Z$, suponemos que $X > Z$.

La utilidad

La utilidad no es más que una fórmula para describir las preferencias. Hace referencia al bienestar o satisfacción de cada una de las cestas de mercado.

Decir que se prefiere la cesta $(x_1; x_2)$ a la $(y_1; y_2)$ significa que X tiene una mayor utilidad que Y para el consumidor.

$$(x_1; x_2) > (y_1; y_2) \text{ si } U(x) > U(y)$$

La utilidad marginal

Es la variación en la utilidad total ante cambios en el consumo de cualquiera de los bienes de una cesta.

Para calcular cualquier utilidad marginal necesitamos hacer derivadas parciales.

$$UMg_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1}$$

$$UMg_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{\partial U}{\partial x_2}$$



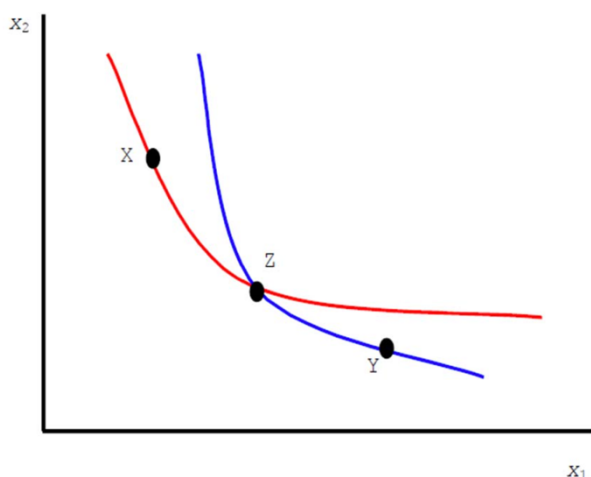


Las curvas de indiferencia

Es la representación gráfica de las preferencias del consumidor.

Una curva de indiferencia representa todas las combinaciones de las cestas de mercado que reportan el mismo nivel de bienestar (utilidad) a un consumidor. Es decir, el consumidor es indiferente ante las cestas que están en una misma curva de indiferencia.

Las curvas de indiferencia de cualquier tipo de preferencia no pueden cortarse. Si se cortaran, romperían el principio de transitividad.



Las cestas de bienes X e Y pertenecen a curvas de indiferencia distintas, las cuales eventualmente se cortan en un punto que se corresponde con la cesta Z.

Por tanto, se cumple por definición que $X \sim Z$ y $Z \sim Y$. En consecuencia, por el axioma de la transitividad de las preferencias debería cumplirse que $X \sim Y$. Pero esto es una contradicción porque hemos supuesto de partida que ambas cestas, X e Y, pertenecen a curvas de indiferencia distintas.

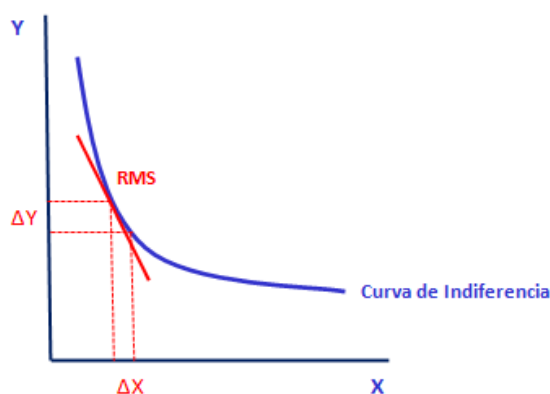
La relación marginal de sustitución (RMS)

La RMS mide la tasa a la que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por el otro manteniendo constante su bienestar o su nivel de utilidad, es decir, permaneciendo sobre la misma curva de indiferencia.

Gráficamente, la RMS es la pendiente de la curva de indiferencia.

Matemáticamente, la RMS es el cociente, en valor absoluto, de las utilidades marginales.

$$RMS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2}$$





Preferencias regulares

Las preferencias regulares se representan mediante una función de utilidad Cobb-Douglas.

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha * x_2^{1-\alpha}$$

Las preferencias regulares son aquellas que cumplen la condición de monotonía fuerte y convexidad estricta.

La monotonía hace referencia al aumento de bienestar cuando se consume más. Es decir, que las curvas de indiferencia más alejadas del origen están asociadas con un nivel mayor de utilidad.

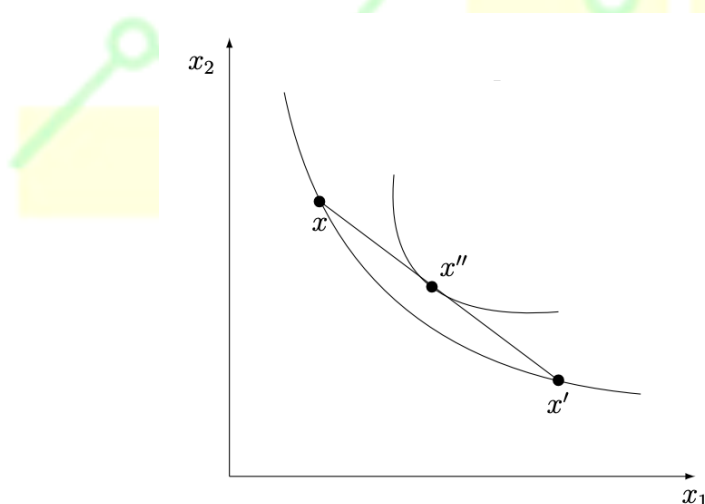
Se debe distinguir entre monotonía débil y monotonía fuerte.

Una función de utilidad es **débilmente monótona** si la utilidad del consumidor aumenta estrictamente en el caso de que el consumo de ambos bienes aumenta.

Una función de utilidad es **fuertemente monótona** si la utilidad del consumidor aumenta estrictamente en el caso de que el consumo de uno de los bienes aumenta y el consumo del otro bien no disminuye.

El supuesto de la **convexidad estricta** de las preferencias del consumidor significa que el consumidor siempre prefiere consumir combinaciones de bienes, esto es, una cantidad positiva de ambos bienes en lugar de no consumir nada de uno de ellos.

El requisito de la convexidad estricta implica que la utilidad de la cesta media x'' , la cesta de consumo que se encuentra justo en el medio de la línea recta tiene que ser más alta que la utilidad de x y x' , es decir, estar en una curva de indiferencia superior.



Sea un consumidor cuya función de utilidad es $u = x_1^{0,5} * x_2^{0,5}$, comprueba que la cesta media (3,3) le reporta mayor bienestar que las cestas (4,2) y (2,4).

$$u(3,3) = 3^{0,5} * 3^{0,5} = 3$$

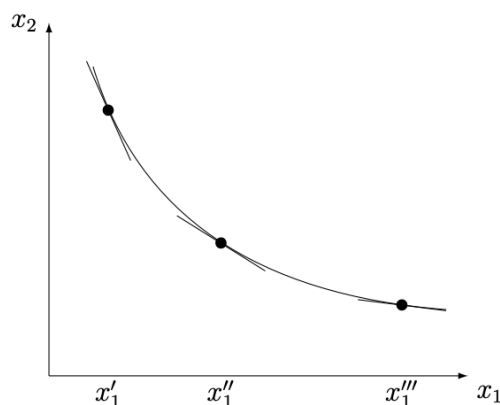
$$u(4,2) = u(2,4) = 4^{0,5} * 2^{0,5} = 2,83$$





El requisito de monotonía hace que las curvas de indiferencia de las preferencias regulares tengan pendiente negativa. Es decir, si se quiere consumir más de x_1 hay que renunciar a consumo de x_2 .

La RMS de las preferencias regulares es decreciente, ya que la pendiente de la curva de indiferencia disminuye conforme se consume una cantidad mayor de x_1 .



Sea un consumidor cuya función de utilidad es $u = x_1^{0,5} * x_2^{0,5}$, calcule la RMS en las cestas (1,10), (5,5) y (10,1).

$$RMS = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{0,5x_1^{-0,5} * x_2^{0,5}}{0,5x_1^{0,5} * x_2^{-0,5}} = \frac{x_2}{x_1}$$

$$RMS(1,10) = 10$$

$$RMS(5,5) = 1$$

$$RMS(10,1) = 0,1$$





Bienes sustitutivos

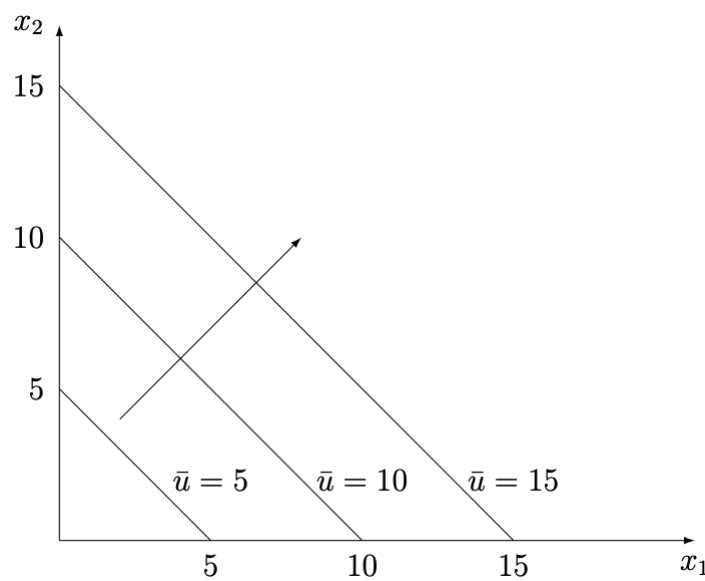
El consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro a una tasa constante.

Las curvas de indiferencia tienen la misma pendiente a lo largo de cada una de ellas.

RMS constante.

Los bienes sustitutivos se representan mediante la siguiente función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2$$



Dicha función de utilidad cumple la condición de monotonía fuerte, pero no la convexidad estricta, diferenciándose así de las preferencias regulares.

Sea un consumidor con una función de utilidad $u = x_1 + x_2$, compruebe si la cesta (10,0) le reporta mayor utilidad que la cesta (5,0) cumpliéndose la condición de monotonía fuerte.

$$u(10,0) = 10 + 0 = 10$$

$$u(5,0) = 5 + 0 = 5$$

Sí cumple monotonía fuerte

Compruebe si la cesta (5,5) le reporta mayor utilidad que las cestas (10,0) y (0,10) y si se cumple la convexidad estricta.

$$u(10,0) = u(0,10) = 10$$

$$u(5,5) = 5 + 5 = 10$$

NO cumple convexidad estricta





Bienes complementarios

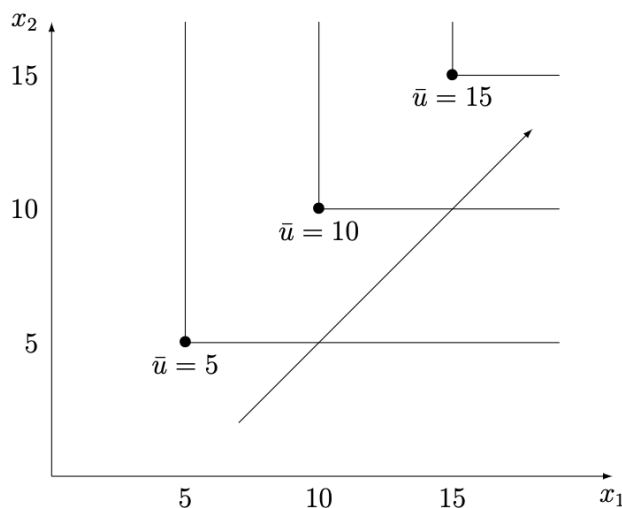
Se consumen siempre en proporciones fijas.

La utilidad no aumenta hasta que no se cumple la proporción. Si un consumidor consume un zapato del pie derecho y un zapato del pie izquierdo, tener un zapato extra del pie derecho no hará que aumente el bienestar del consumidor hasta que no tenga otro zapato del pie izquierdo y vuelva a cumplirse la proporción.

Las curvas de indiferencia tienen forma de L, formando un ángulo de 90°.

Los bienes complementarios se representan mediante la siguiente función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = \min\{\alpha x_1; \beta x_2\}$$



La RMS en los bienes complementarios no está definida en la cesta de consumo, ya que la pendiente oscila entre ∞ en la rama vertical y 0 en la rama horizontal.

La función de utilidad asociada a los bienes complementarios es débilmente monótona (la utilidad aumenta cuando aumenta el consumo de los dos bienes), pero no es fuertemente monótona (la utilidad aumenta cuando aumenta el consumo de solo uno de los bienes y el otro se mantiene constante).

Compruebe si un consumidor con una función de utilidad $u = \min\{x_1; x_2\}$ obtiene mayor utilidad en la cesta (6,5) que en la cesta (5,5) y si se cumple la condición de monotonía fuerte.

$$\begin{aligned} u(6, 5) &= \min\{6; 5\} = 5 \\ u(5, 5) &= \min\{5; 5\} = 5 \end{aligned} \quad \text{NO cumple monotonía fuerte}$$

¿Y la cesta (10,10) respecto a la cesta (5,5)? ¿Cumple la condición de monotonía débil?

$$\begin{aligned} u(10, 10) &= \min\{10; 10\} = 10 \\ u(5, 5) &= \min\{5; 5\} = 5 \end{aligned} \quad \text{Sí cumple monotonía débil}$$





Las curvas de indiferencia asociadas a los bienes complementarios son convexas pero no estrictamente convexas, ya que la cesta media de cualquier cesta está en la misma curva de indiferencia y no en una curva de indiferencia superior.

Compruebe si un consumidor con la función de utilidad $u = \min\{x_1; x_2\}$ obtiene mayor utilidad en la cesta (5,5;5) con respecto a las cestas (6,5) y (5,5).

$$u(5,5;5) = \min(5,5;5) = 5$$

$$u(6,5) = \min(6,5) = 5$$

$$u(5,6) = \min(5,6) = 5$$

NO cumple convexidad estricta





La elección del consumidor

La cesta óptima que elige el consumidor depende simultáneamente de lo visto hasta ahora: de la restricción presupuestaria (qué cestas puede comprar) y de las preferencias (qué cestas le gustan).

El consumidor se enfrenta siempre a un problema de maximización de la utilidad sujeto a la restricción del presupuesto. Es decir, el consumidor siempre quiere la cesta que le reporte más utilidad de entre todas las cestas que puede comprar (factibles).

$$\begin{aligned} & \text{Max } u(x_1, x_2) \\ & \text{s. a: } p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{aligned}$$

Preferencias regulares

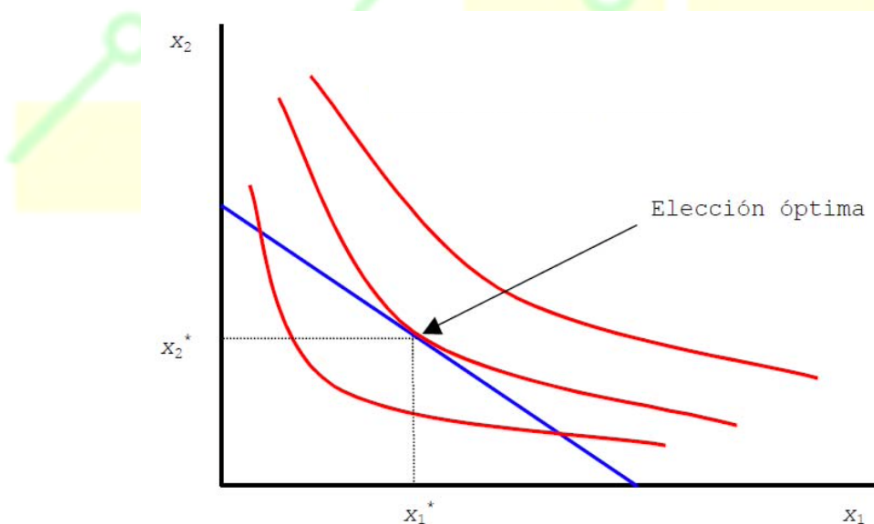
Si las preferencias del consumidor son regulares, la elección óptima cumple dos condiciones:

- 1) La pendiente de la curva de indiferencia tiene que ser igual a la pendiente de la recta de balance

$$RMS = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \boxed{\frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{p_1}{p_2}}$$

- 2) El consumidor gasta toda la renta

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$$

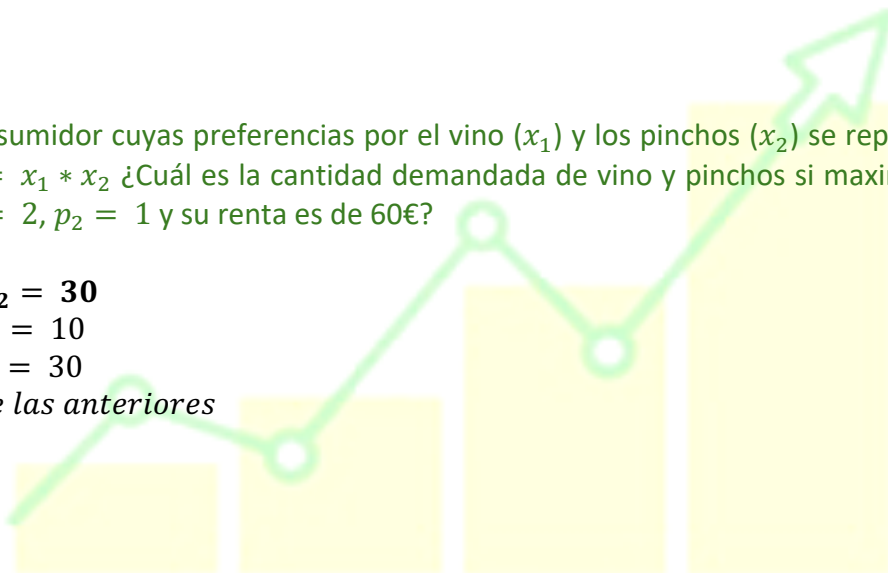




Raúl es un gran amante del café con churros. De hecho, su función de utilidad es del tipo $u = x_1 * x_2$, donde x_1 hace referencia a las tazas de café y x_2 al número de churros. Los precios son $p_1 = 1$ y $p_2 = 0,5$ y la renta del consumidor es $m = 20$. Calcule su cesta óptima y el nivel de utilidad en el equilibrio.

Aitor es un consumidor cuyas preferencias por el vino (x_1) y los pinchos (x_2) se representan por la función de utilidad $u = x_1 * x_2$. ¿Cuál es la cantidad demandada de vino y pinchos si maximiza su utilidad, siendo los precios $p_1 = 2$, $p_2 = 1$ y su renta es de 60€?

- a) $x_1 = 15$; $x_2 = 30$
- b) $x_1 = 20$; $x_2 = 10$
- c) $x_1 = 10$; $x_2 = 30$
- d) Ninguna de las anteriores





Bienes sustitutivos

Que las curvas de indiferencia de los bienes sustitutivos sean líneas rectas cambia el análisis de la elección óptima.

$$u(x_1, x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2$$

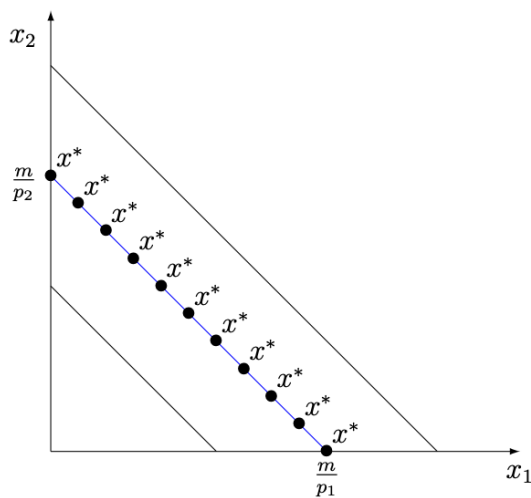
La relación marginal de sustitución es ahora constante e igual a α/β . Y como α y β son parámetros exógenos, la ratio α/β no suele ser igual a la pendiente de la recta de balance p_1/p_2 .

3 casos:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p_1}{p_2}$$

Se cumple la condición de que la pendiente de la curva de indiferencia coincide con la pendiente de la recta de balance.

Todas las cestas que agotan la renta del consumidor maximizan la utilidad. Por tanto, cualquier cesta perteneciente a la recta de balance puede ser la cesta de equilibrio.



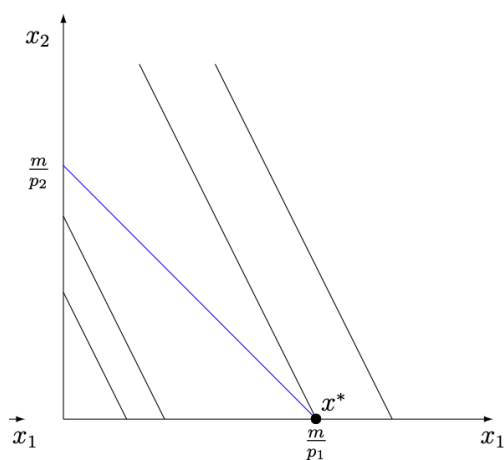
$$\frac{\alpha}{\beta} > \frac{p_1}{p_2}$$

La relación marginal de sustitución es mayor que la pendiente de la recta de balance, es decir, las curvas de indiferencia tienen mayor inclinación que la recta de balance.

El consumidor solo consume uno de los bienes.

En este caso, consume toda su renta en el bien 1 ($x_1 = \frac{m}{p_1}$; $x_2 = 0$)



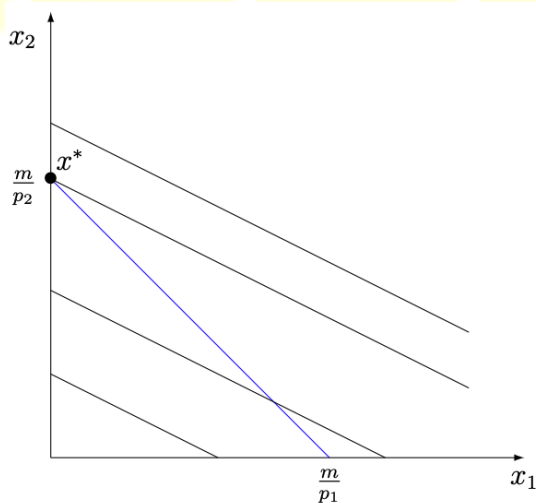


$$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{p_1}{p_2}$$

La relación marginal de sustitución es menor que la pendiente de la recta de balance, es decir, las curvas de indiferencia tienen menor inclinación que la recta de balance.

El consumidor solo consume uno de los bienes.

En este caso, consume toda su renta en el bien 2 ($x_1 = 0; x_2 = \frac{m}{p_2}$)





Juan tiene dos alternativas para viajar: el tren (x_1) o el autobús (x_2). Ambos medios de locomoción le reportan la misma utilidad, por lo que su función de utilidad es $U = x_1 + x_2$. ¿Cuántos viajes realizará en el tren y el autobús si maximiza su utilidad y tiene 200€ mensuales para viajar siendo el precio del tren de 10€ mientras que el autobús cuesta la mitad?

- a) $x_1 = 10$; $x_2 = 0$
- b) $x_1 = 10$; $x_2 = 20$
- c) $x_1 = 0$; $x_2 = 40$
- d) *No se puede determinar*

¿Qué ocurriría con la elección de este consumidor si el precio del tren y el precio del autobús fueran iguales?

¿Y si el precio del autobús subiera a 20€ manteniéndose el precio del tren en 10€?



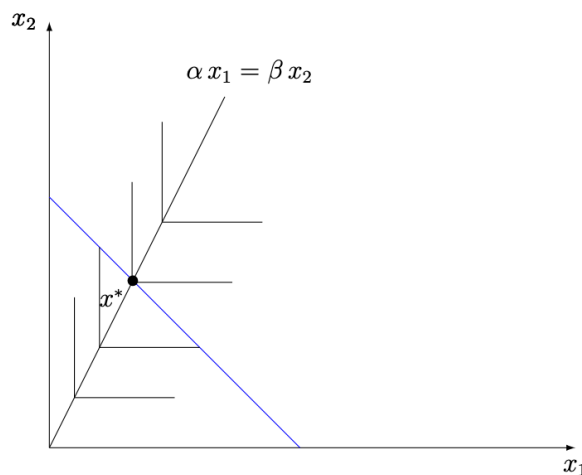


Bienes complementarios

$$u(x_1, x_2) = \min\{\alpha x_1; \beta x_2\}$$

En el equilibrio siempre se cumple $\alpha x_1 = \beta x_2$.

El consumidor gasta toda la renta, por tanto la recta de balance es tangente a la esquina de la curva de indiferencia donde se encuentra la cesta de equilibrio.



Las preferencias de Manuel entre cerveza (x_1) y pinchos (x_2) se representan por la función de utilidad $u = \min\{x_1; 2x_2\}$. ¿Cuántos dobles y pinchos tomará si maximiza su utilidad, siendo los precios $p_1 = 2\text{€}$, $p_2 = 1\text{€}$ y la renta que puede dedicar semanalmente a esta actividad de 50€?

- a) $x_1 = 12,5$; $x_2 = 25$
- b) $x_1 = 20$; $x_2 = 10$**
- c) $x_1 = 10$; $x_2 = 30$
- d) $x_1 = 15$; $x_2 = 20$





Las preferencias de Ignacio por el chocolate con churros se representan por la función de utilidad $u = \min \left\{ x_1; \frac{x_2}{2} \right\}$, siendo x_1 las tazas de chocolate y x_2 los churros. Si el precio de cada taza de chocolate es de 2€ ($p_1 = 2$), el de cada churro de 1€ ($p_2 = 1$) y la renta que puede dedicar a consumir chocolate con churros semanalmente es de 40€, ¿cuál es la cantidad demanda de ambos bienes cuando Ignacio está en equilibrio maximizando su utilidad a la vez que respeta la restricción presupuestaria?

- a) (20; 0)
- b) (0; 40)
- c) (20; 10)
- d) **(10; 20)**

