

## EJERCICIOS ESTADISTICA DESCRIPTIVA DATOS NO AGRUPADOS

### EJERCICIOS EXAMEN JUNIO 2020 26-28/06/2020 MODELO B

1. Se recoge información para una variable discreta con un rango de valores 10 a 25 y se recoge en la siguiente tabla de frecuencias:

Variable estadística	Frecuencia absoluta $n_i$	$N_i$ Frecuencia absoluta acumulada
10	2	2
13	4	6
16	$n_3$ 10	16
19	15	31
22	6	37

$$\sum n_i = n = 37$$

$$2 + 4 + n_3 + 15 + 6 = 37$$

$$n_3 = 10$$

$$\sum n_i = 37 \quad n = 37$$

¿Cuál es el valor de la tabla que falta?

- A. 6
- B. 10**
- C. 16
- D. 21

2. Las edades de los 554 empleados de una determinada empresa son las que aparecen en la siguiente tabla:

Edad	Frecuencia absoluta
[15 - 25)	22
[25 - 35)	70
[35 - 45)	121
[45 - 55)	157
[55 - 65)	184

$$n = 554$$

$$\text{Menores de 35: } 22 + 70 = 92$$

$$\frac{92}{554} = 0.16606 \approx 0.167$$

¿Cuál es la proporción de trabajadores menores de 35 años?

- A. 0.272
- B. 0.167**
- C. 0.380
- D. 0.126



3. Una empresa realiza una encuesta sobre la facilidad de navegación por su sitio web a 200 usuarios elegidos al azar obteniendo los siguientes resultados:

Navegación	Nº usuarios
Excelente	102
Sobresaliente	58
Buena	30
Mala	10

variable cualitativa ordinal → media no se puede calcular

¿Cuál es la media de esta distribución de datos?

- A. 102
- B. 160
- C. Excelente
- D. No se puede calcular

4. Una empresa recoge los datos del número de errores que mensualmente tienen los productos que fabrican. Se tienen los siguientes valores a lo largo de 8 meses:

12	24	16	18	14	10	15	20
----	----	----	----	----	----	----	----

- A. Los datos presentan una mediana en el valor ~~18~~.
- B. Los datos incluyen un valor atípico que es la observación con valor "24". ~~X~~
- C. La distribución no tiene moda por lo que no podemos calcular su asimetría. ~~X~~
- D. Ninguna de las anteriores es correcta.

10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 24       $n = 8$

$\varphi_1 = 13$        $\varphi_3 = 19$

$Me = \frac{15 + 16}{2} = 15.5$

$n = 8$  par       $Me = \frac{X_{n/2} + X_{n/2+1}}{2} = \frac{X_4 + X_5}{2} = 15.5$

$$LS = \varphi_3 + 1.5(\varphi_3 - \varphi_1)$$

$$\text{Pos } \varphi_1 \quad \frac{n+1}{4} = \frac{8+1}{4} = 2.25 \quad \varphi_1 = \frac{X_2 + X_3}{2} = \frac{12+14}{2} = 13$$

$$\text{Pos } \varphi_3 \quad 3\left(\frac{n+1}{4}\right) = 6.75 \quad \varphi_3 = \frac{X_6 + X_7}{2} = \frac{18+20}{2} = 19$$

$$LS = 19 + 1.5(19 - 13) = 28$$

24? < 28  
↳ No Atípico





5. Los sueldos mensuales (en miles de €) de 25 empresarios del sector de la construcción en el año 2019 fueron:

Salario (miles €)	Nº empresarios
3.7	3
3.9	8
4.3	4
4.7	6
4.9	4

Varianza ( $S^2$ )

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{N}$$

Fórmula alternativa:

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{X}^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$$

Datos agrupados utilizamos  $m_i$  y en lugar del valor  $x_i$

$$n = 25$$

$$\sum n_i = 25$$

Un resumen por medio de estadísticos descriptivos para esta variable es:

- A. El salario medio de los trabajadores es de 107.3 euros con una varianza de 0.1903 euros<sup>2</sup>  
B. El salario medio de los trabajadores es de 4.29 euros con una desviación típica de 0.036 euros~~2~~  
C. El salario medio de los trabajadores es de 107.3 euros con una varianza de 18.61 euros<sup>2</sup>  
D. El salario medio de los trabajadores es de 4.29 euros con una desviación típica de 0.4363 euros

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \frac{3'7 \cdot 3 + 3'9 \cdot 8 + 4'3 \cdot 4 + 4'7 \cdot 6 + 4'9 \cdot 4}{25} = 4'29 \text{ miles €}$$

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{X}^2 = \frac{3'7^2 \cdot 3 + 3'9^2 \cdot 8 + 4'3^2 \cdot 4 + 4'7^2 \cdot 6 + 4'9^2 \cdot 4}{25} - 4'29^2 =$$
$$= 18'61 - 4'29^2 = 0'2075$$

$$S = \sqrt{0'2075} = 0'455$$

6. Los empleados que forman parte de la población activa de un país son 3 millones de los cuales: 1 millón en el sector primario, 1.75 millones en el sector secundario y 1.25 millones en el sector servicios. ¿Cuál es la mejor forma de representar esta información?

- A. Gráfico de sectores  
B. Polígono acumulativo de frecuencias  
C. Histograma  
D. Diagrama de dispersión

v. cualitativa nominal



## EJERCICIO 1 EXAMEN SEPTIEMBRE 2024 (6-11/09/2024) MODELO B

1. En un hospital se ha creado un índice para controlar la cantidad que se provee de un nuevo fármaco a los pacientes con fallos renales. Los valores de dicho índice oscilan entre 0 (menor nivel de suministro del fármaco) y 7 (nivel más elevado de suministro del fármaco). El fármaco se está aplicando a todos los pacientes que lo requieren. A continuación se muestra la distribución de frecuencias:

Nivel de suministro del fármaco	0	1	2	3	4	5
Número de pacientes que reciben la dosis	3	1	4	5	6	7

- Calcula la media, la mediana y la moda del nivel de suministro del fármaco. ¿Se tratan de estadísticos o de parámetros?, ¿por qué? (1 punto).
- ¿Qué ocurriría con la media y con la varianza si se aumentara la dosis en uno a todos los pacientes? Razona tu respuesta (0,5 puntos).
- Calcula el rango intercuartílico en base a los datos de la tabla. ¿Por qué presenta un valor menor que el rango? (0,5 puntos).
- Calcula el coeficiente de asimetría de Fisher e interpreta el resultado obtenido (0,5 puntos).
- Si el coeficiente de curtosis de esta distribución es de 0,78674, obtén conclusiones sobre el grado de apuntamiento de esta distribución (0,5 puntos).

$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
0	3	3	
1	1	4	
2	4	8	
3	5	13	
4	6	19	
5	7	26	

$$N = \sum n_i = 26$$

0, 0, 0, 1, 2, 2, 2, 2, 3, ... , 3, 4, 4, ...  
(13) (14)



- a) Calcula la media, la mediana y la moda del nivel de suministro del fármaco. ¿Se tratan de estadísticos o de parámetros?, ¿por qué? (1 punto).

• Media:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} =$

$$= \frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 7}{26} = 3,192$$

• Mediana:  $N = 26$  pac

$$Me = \frac{X_{(N/2)} + X_{(N/2+1)}}{2} = \frac{X_{13} + X_{14}}{2} = \frac{3+4}{2} = 3,5$$

• Moda:  $Mo = 5$

Son parámetros porque analizamos a todos los paciente que toman el fármaco.

- b) ¿Qué ocurriría con la media y con la varianza si se aumentara la dosis en uno a todos los pacientes? Razona tu respuesta (0,5 puntos).

$$X \sim \text{dosis}$$

$$X' = X + 1 \rightarrow \text{cambio de origen}$$

$$\bar{x}' = \bar{x} + 1 = 3,192 + 1 = 4,192$$

$$S_{x'}^2 = S_x^2$$

Aumentar la dosis es un cambio de origen, la media se ve afectada en 1 unidad de aumento, pero la varianza no cambia ya que no se afectan los cambios de origen.



c) Calcula el rango intercuartílico en base a los datos de la tabla. ¿Por qué presenta un valor menor que el rango? (0,5 puntos).

$$\begin{aligned} \text{Rango} &= X_{\max} - X_{\min} = \\ &= 5 - 0 = 5 \end{aligned}$$

Cuartiles ( $Q_i$ ) con las fórmulas que se dan se tiene la posición	Posición si N impar: $Q_1: \frac{N+1}{4}$ $Q_2; M_e = \frac{N+1}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N+1}{4}$	Posición si N par: $Q_1: \frac{N}{4}$ $Q_2: \frac{N}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N}{4}$
Medidas de dispersión		
Rango	$X_{\max} - X_{\min}$	
Rango intercuartílico (RIQ)	$RIQ = Q_3 - Q_1$	

$$RIQ = Q_3 - Q_1$$

$$\text{Posición } Q_1: \frac{N}{4} = \frac{26}{4} = 6'5 \rightarrow Q_1 = \frac{X_6 + X_7}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

$$\text{Posición } Q_3: 3 \cdot \frac{N}{4} = 3 \cdot 6'5 = 19'5 \rightarrow Q_3$$

$$Q_3 = \frac{X_{19} + X_{20}}{2} = \frac{4+5}{2} = 4'5$$

$$RIQ = 4'5 - 2 = 2'5$$

$$\text{Rango} = 5$$

$$RIQ < \text{Rango}$$

$x_i$	$n_i$	$N_i$
0	3	3
1	1	4
2	4	8
3	5	13
4	6	19
5	7	26

$$N = \sum n_i = 26$$

$RIQ < \text{Rango}$  tenemos menos dispersión en los datos centrales de la distribución. El 50% de los datos centrales están más concentrados que los de los extremos.





- d) Calcula el coeficiente de asimetría de Fisher e interpreta el resultado obtenido (0,5 puntos).

$$\text{Asimetría? } \left. \begin{array}{l} \bar{x} = 3'192 \\ Mc = 3'5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \bar{x} < Mc \\ \text{Asimetría} \\ \text{negativa} \end{array}$$

$$\text{Fisher} = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{N \cdot S^3}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot m_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{0^2 \cdot 3 + 1^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 4 + 3^2 \cdot 5 + 4^2 \cdot 6 + 5^2 \cdot 7}{26} - 3'192^2 = 2'618$$

$$S_x = \sqrt{2'618} = 1'618$$

$$\begin{aligned} C.Fisher &= \frac{(0 - 3'192)^3 + (1 - 3'192)^3 + (2 - 3'192)^3 + (3 - 3'192)^3 + (4 - 3'192)^3 + (5 - 3'192)^3}{26 \cdot 1'618^3} = \\ &= \frac{-38'31}{26 \cdot 1'618^3} = -0'347 < 0 \rightarrow \text{Asimetría negativa} \end{aligned}$$

- e) Si el coeficiente de curtosis de esta distribución es de 0,78674, obtén conclusiones sobre el grado de apuntamiento de esta distribución (0,5 puntos).

$$C. \text{curtosis} = 0'78674 > 0 \rightarrow \text{Leptocértica}$$

la distribución tiene más apuntamiento que la Normal.





ANÁLISIS UNIDIMENSIONAL				
Medidas de centralización				
Media ( $\bar{X}$ )		$\bar{X} = \frac{\sum X_i \cdot n_i}{N}$ <p>Datos agrupados:</p> $\bar{X} = \frac{\sum c_i \cdot n_i}{N}$ <p>donde <math>c_i</math> es la marca de clase</p>		
Mediana ( $Me$ )	Posición: $\frac{N}{2}$ si N es par (en este caso tomaremos los dos datos intermedios para hacer un promedio)  $\frac{N+1}{2}$ si N es impar	Valor de $Me$ para datos agrupados: n par: $Me = L_i + \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{n_i} \cdot \text{amplitud}$ n impar: $Me = L_i + \frac{\frac{n+1}{2} - N_{i-1}}{n_i} \cdot \text{amplitud}$		
Moda ( $Mo$ )		Valor de $Mo$ par datos agrupados: $M_o = L_i + \frac{d_{i+1}}{d_{i-1} + d_{i+1}} \cdot \text{amplitud}$ donde $d_i = \frac{n_i}{\text{amplitud}}$		
Cuartiles ( $Q_i$ ) con las fórmulas que se dan se tiene la posición		<table><tr><td>Posición si N impar: <math>Q_1: \frac{N+1}{4}</math> <math>Q_2; Me = \frac{N+1}{2}</math> <math>Q_3: 3 \cdot \frac{N+1}{4}</math></td><td>Posición si N par: <math>Q_1: \frac{N}{4}</math> <math>Q_2: \frac{N}{2}</math> <math>Q_3: 3 \cdot \frac{N}{4}</math></td></tr></table>	Posición si N impar: $Q_1: \frac{N+1}{4}$ $Q_2; Me = \frac{N+1}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N+1}{4}$	Posición si N par: $Q_1: \frac{N}{4}$ $Q_2: \frac{N}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N}{4}$
Posición si N impar: $Q_1: \frac{N+1}{4}$ $Q_2; Me = \frac{N+1}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N+1}{4}$	Posición si N par: $Q_1: \frac{N}{4}$ $Q_2: \frac{N}{2}$ $Q_3: 3 \cdot \frac{N}{4}$			
Medidas de dispersión				
Rango		$X_{max} - X_{min}$		
Rango intercuartílico ( $RIQ$ )		$RIQ = Q_3 - Q_1$		
Varianza ( $S^2$ )		$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{N}$ <p>Fórmula alternativa:</p> $S^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{X}^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$ <p>Datos agrupados utilizamos <math>m_i</math> y en lugar del valor <math>x_i</math></p>		
Desviación típica ( $S$ )		$S = \sqrt{S^2}$		
Coeficiente de variación ( $CV$ )		$CV = \frac{S}{\bar{X}}$ con $\bar{X} \neq 0$		
Coeficientes de asimetría		<table><tr><td><math>Pearson</math> <math display="block">= \frac{\bar{X} - M_o}{S}</math></td><td><math>Fisher</math> <math display="block">= \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{N \cdot S^3}</math></td></tr></table>	$Pearson$ $= \frac{\bar{X} - M_o}{S}$	$Fisher$ $= \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{N \cdot S^3}$
$Pearson$ $= \frac{\bar{X} - M_o}{S}$	$Fisher$ $= \frac{\sum (x_i - \bar{X})^3}{N \cdot S^3}$			

